

УДК 621.372.8

**С.Ю. Отрохов**

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники  
им. В.А. Котельникова Российской академии наук, Фрязино, Россия

## **ГРАНИЦЫ ПЕРЕХОДНЫХ ЗОН В ПЛАНАРНЫХ W-СВЕТОВОДАХ**

Введено определение и представлены результаты численного расчета границ переходных зон в планарных W-световодах. Показано, что размеры рассмотренных переходных зон на частотах отсечки основной, первой нечетной и второй четной мод существенно зависят от геометрических и оптических параметров W-световодов. Указанные обстоятельства важно учитывать при подборе параметров W-световодов для того, чтобы обеспечить в них устойчивый одномодовый или многомодовый режим, необходимую концентрацию поля и эффективную фильтрацию вытекающих мод.

**Ключевые слова:** плоский пятислойный W-световод, дисперсионное уравнение, частота отсечки, переходная зона, коэффициент преломления промежуточного слоя, внешнее поперечное волновое число, вытекающие моды.

**S.Yu. Otrokhov**

Fryazino Branch of the Kotelnikov Institute of Radioengineering  
and Electronics of Russian Academy of Sciences, Fryazino, Russia

## **BOUNDARIES OF TRANSITION ZONES IN PLANAR W-FIBERS**

A way to determine the boundaries of transition zones in planar W-optical fibers is introduced, and the results of numerical calculations are presented. It is shown that the sizes of the considered transition zones at the cutoff frequencies of the main, first odd and second even modes significantly depend on the geometric and optical parameters of the W - fibers. These circumstances are important to consider in the selection of the parameters W-fibers in order to ensure that they have a stable single-mode or multimode operating condition, the necessary field concentration and effective filtering of the leaking modes.

**Keywords:** planar five – layer W-fiber, dispersion relation, cutoff frequency, transition zone, interlayer refractive index, outer transverse wave number, leaking modes.

### **Введение**

Интерес к исследованию свойств W-световодов связан с тем, что они по ряду характеристик намного эффективнее, чем, по крайней мере, стандартные световоды со ступенчатым показателем преломления. В таких световодах можно обеспечить одномодовый режим при

большом сечении фундаментальной моды и малых оптических потерях излучения на изгибе [1–3].

Световедущая структура W-световода зависит от пяти параметров: трех значений показателей преломления  $n_1, n_2, n_3$  ( $n_1 > n_3 > n_2$ ) и величин  $a$  и  $b$ , определяющих ширину слоев волновода (рис. 1).

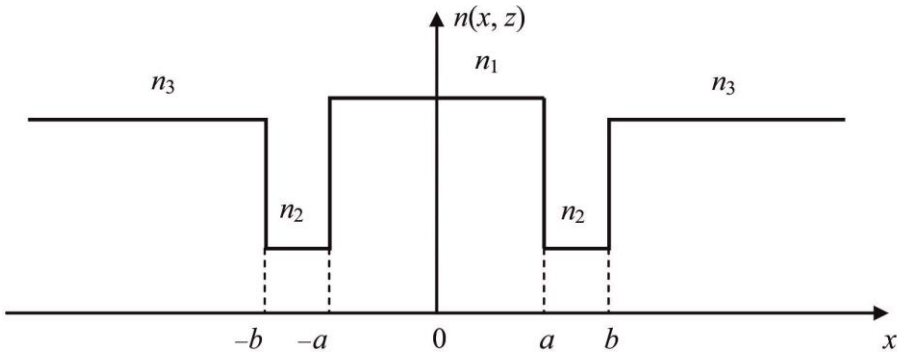


Рис. 1. Схема поперечного распределения показателя преломления в плоской пятислойной световедущей структуре

Подбором именно этих параметров, при необходимой степени контроля показателей преломления слоев (на уровне  $\sim 10^{-3}$  [1]) и точности ширины слоев (на уровне  $\sim 10^{-2}$  мкм), можно существенно расширить зону одномодового режима, оптимизировать размер основной моды, добиться высокой концентрации поля [3–5]. Однако переходная зона [4] от одного режима излучения, например одномодового к двухмодовому, в зависимости от параметров волновода пока мало исследована.

Целью настоящей работы является определение границ переходной зоны в W-световодах; а именно: переходной зоны из режима вытекающих мод к одномодовому режиму на частоте отсечки основной моды, от одномодового режима к двухмодовому на частоте отсечки первой нечетной моды и от двухмодового режима к трехмодовому на частоте отсечки второй четной моды при всех допустимых значениях коэффициента преломления промежуточного слоя  $1 \leq n_2 \leq n_3$ .

Структура плоского пятислойного W-световода может служить моделью круглого трехслойного световода. Расчет плоских световодов

много проще расчетов световода с круглым сечением, хотя физика явлений в них одна и та же.

Для численного расчета и построения графиков частично будут использованы результаты, полученные в работах [4, 5].

## 1. Теория

Дисперсионные уравнения для нахождения волновых чисел мод W-световода имеют вид [4, 5]:

$$F(v) = wC \cos(ua) - uD \sin(ua) = 0 \quad - \text{для четных мод,} \quad (1a)$$

$$F(v) = wC \sin(ua) + uD \cos(ua) = 0 \quad - \text{для нечетных мод.} \quad (1б)$$

Здесь

$$\begin{aligned} C &= vch[w(b-a)] + wsh[w(b-a)], \\ D &= wch[w(b-a)] + vsh[w(b-a)], \end{aligned} \quad (2)$$

$u$ ,  $w$ ,  $v$  – поперечные волновые числа (определяют поперечное распределение поля в волноводе):

$$\begin{aligned} u^2 &= k^2 n_1^2 - \beta^2, \\ w^2 &= \beta^2 - k^2 n_2^2, \\ v^2 &= \beta^2 - k^2 n_3^2, \end{aligned} \quad (3)$$

$k = \frac{\omega}{c}$ ,  $\beta = \beta' - i\beta''$  – постоянная распространения моды, мнимая часть которой определяет потери вытекающей моды, дБ/м:

$$\alpha = 20 \lg(e) \cdot 10^6 \beta'', \quad (4)$$

где величина  $\beta''$  имеет размерность  $\text{мкм}^{-1}$ .

Внутреннее поперечное волновое число  $u$ , промежуточное поперечное волновое число  $w$  и постоянную распространения  $\beta$ , входящие в выражения (1–3), удобно рассматривать как функции переменной внешнего поперечного волнового числа  $v$ , которые определяются с учетом (3) по формулам:

$$\begin{aligned} u^2 &= -v^2 + k^2 (n_1^2 - n_3^2), \\ w^2 &= v^2 + k^2 (n_3^2 - n_2^2), \\ \beta &= \sqrt{k^2 n_3^2 + v^2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Корни дисперсионного уравнения (1) удобно вычислять методом Ньютона [6]:

$$v_{m+1} = v_m - \frac{F(v_m)}{F'(v_m)}. \quad (6)$$

Из соотношений (5) легко получить, что

$$\frac{dw}{dv} = \frac{v}{w}, \quad \frac{du}{dv} = -\frac{v}{u}. \quad (7)$$

Принимая во внимание (1), (2) и (7), получим выражение для производной от функции  $F(v)$ :

– для четных мод:

$$F'(v) = C \left\{ \frac{v}{w} \cos(ua) + \left[ \frac{v(w^2 + u^2)}{uw} a - \frac{u}{w} (1 + bv) \right] \sin(ua) \right\} + D \left\{ (1 + bv) \cos(ua) + \frac{v}{u} \sin(ua) \right\}; \quad (8a)$$

– для нечетных мод:

$$F'(v) = C \left\{ \frac{v}{w} \sin(ua) - \left[ \frac{v(w^2 + u^2)}{uw} a - \frac{u}{w} (1 + bv) \right] \cos(ua) \right\} + D \left\{ (1 + bv) \sin(ua) - \frac{v}{u} \cos(ua) \right\}. \quad (8б)$$

Необходимые выражения для расчета частоты отсечки  $u$  четных и нечетных мод в W-световоде находятся при  $v = 0$  из (1). С учетом (2) и (5) получим:

– для четных мод:

$$\frac{\sqrt{n_3^2 - n_2^2}}{\sqrt{n_1^2 - n_3^2}} \operatorname{th} \left[ k \sqrt{n_3^2 - n_2^2} (b - a) \right] = \operatorname{tg} \left[ ka \sqrt{n_1^2 - n_3^2} \right]; \quad (9a)$$

– для нечетных мод:

$$\frac{\sqrt{n_3^2 - n_2^2}}{\sqrt{n_1^2 - n_3^2}} \operatorname{th} \left[ k \sqrt{n_3^2 - n_2^2} (b - a) \right] = -\operatorname{ctg} \left[ ka \sqrt{n_1^2 - n_3^2} \right]. \quad (9б)$$

## 2. Результаты численных расчетов

Напомним, что направляемым, незатухающим волнам соответствуют вещественные корни уравнения (1), обладающие свойством  $\nu > 0$ . Вещественным корням уравнения (1) с  $\nu < 0$  отвечают физически невозможные состояния поля в волноводе. Вытекающим волнам соответствуют комплексные корни:  $\nu = \nu' + i\nu''$ , для которых  $\nu' < 0$ ,  $\nu'' \neq 0$ .

В работе [4] с использованием (9а) и (9б) были рассчитаны границы одномодового и двухмодового режимов для некоторых конфигураций W-световодов. Кроме этого при анализе поведения вытекающих мод с минимальными потерями было отмечено, что при возрастании коэффициента преломления промежуточного слоя  $n_2$  (понижение контрастности профиля показателя преломления) мнимые значения  $|\nu''|$  уменьшаются. Более того, при определенном критическом значении коэффициента преломления  $n_{2k}$  мнимая часть волнового числа вытекающей моды становится равной нулю, а следовательно, и мнимая часть постоянной распространения  $\beta = \beta' - i\beta'' = \sqrt{k^2 n_3^2 + \nu^2}$ , отвечающая за потери, становится пренебрежимо малой.

Для примера на рис. 2 представлены зависимости расчетных значений четырех внешних поперечных волновых чисел вытекающих мод с наименьшими потерями для W-световода с параметрами:  $n_1 = 1,456$ ,  $n_3 = 1,453$ ,  $a = 9,93$  мкм,  $b = 10$  мкм во всем диапазоне изменения коэффициента преломления промежуточного слоя  $1 \leq n_2 \leq n_3$ .

Корни (кривые 1, 2, 3) являются решениями дисперсионного уравнения (1а) для четных мод, а корни (кривая 4) решениями дисперсионного уравнения для нечетных мод (1б). При  $n_2 \approx 1,36$  мнимая часть волнового числа вытекающей моды с минимальными потерями на  $\lambda = 1,55$  мкм становится равной нулю ( $\nu = -0,0625$ , точка 7).

Дисперсионное уравнение (1) трансцендентное с несимметричными корнями относительно нуля действительной оси. Положение точки 7 на действительной оси соответствует дважды вырожденному корню уравнения (1) и находится из решения системы уравнений:

$$\begin{cases} F(\nu, n_2) = 0, \\ F'(\nu, n_2) = 0. \end{cases} \quad (10)$$

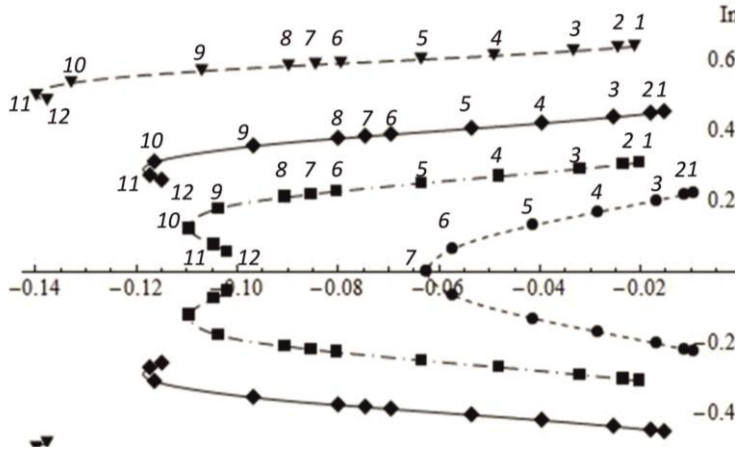


Рис. 2. Зависимость комплексных корней дисперсионного уравнения (трех наименьших по модулю на длине волны  $\lambda = 1,55$  мкм (1), (2), (4) и одного на длине волны  $\lambda = 2$  мкм (3)) от значений коэффициента преломления промежуточного слоя  $n_2 = 1$  (1), 1,056 (2), 1,156 (3), 1,256 (4), 1,31 (5), 1,35 (6), 1,36 (7), 1,37 (8), 1,39 (9), 1,426 (10), 1,446 (11), 1,453 (12)

В данном случае, как указано выше, при расчете точки 7 использованы выражения  $F(\nu, n_2)$  и  $F'(\nu, n_2)$  для четных мод. Именно эта вытекающая мода в силу сохранения общего числа корней дисперсионного уравнения станет второй четной модой трехмодового режима.

Если параметры W-световода выбраны так, что на данной длине волны значение коэффициента преломления промежуточного слоя  $n_2$  удовлетворяет системе уравнений (10), то будем считать, что он находится в состоянии у нижней границы переходной зоны  $n_{2k}$ .

В рассматриваемом случае дальнейшее увеличение коэффициента преломления промежуточного слоя на  $\Delta n_2 \approx 0,01$  переводит W-световод в режим отсечки второй четной моды (появлению на длине волны 1,55 мкм второй четной моды с  $\nu = 0$ ).

Таким образом, естественно считать, что W-световод с выбранными параметрами на данной длине волны находится у верхней границы переходной зоны, если значение  $n_2$  удовлетворяет уравнению (9).

Используя соотношения (9а) и (9б), найдем границы одномодового и двухмодового режимов (верхние границы переходных зон), а также нижние границы переходных зон из решения системы уравнений (10) с использованием (1а), (1б) и (8а), (8б). Для наглядности зоны одномодового режима на рисунках выделены затемнением.

На рис. 3 представлены расчетные зависимости частоты отсечки первой нечетной моды (верхняя граница затемненной зоны (кривая 2)) и частоты отсечки второй четной моды (кривая 3), а также расчетные зависимости нижних границ переходных зон (кривые 4 и 5) от коэффициента преломления промежуточного слоя  $n_2$  ( $1 \leq n_2 \leq n_3$ ) для W-световода с фиксированными значениями параметров ( $n_1 = 1,456$ ,  $n_3 = 1,453$ ,  $a = 9,93$  мкм,  $b = 10$  мкм). Прямая 6, параллельная оси абсцисс, на уровне  $\omega/c \approx 2,094$  мкм<sup>-1</sup> соответствует излучению с длиной волны  $\lambda = 3$  мкм; прямая 7 на уровне  $\omega/c \approx 3,14$  мкм<sup>-1</sup> соответствует излучению с длиной волны  $\lambda = 2$  мкм; прямая 8 на уровне  $\omega/c \approx 4,054$  мкм<sup>-1</sup> соответствует длине волны  $\lambda = 1,55$  мкм.

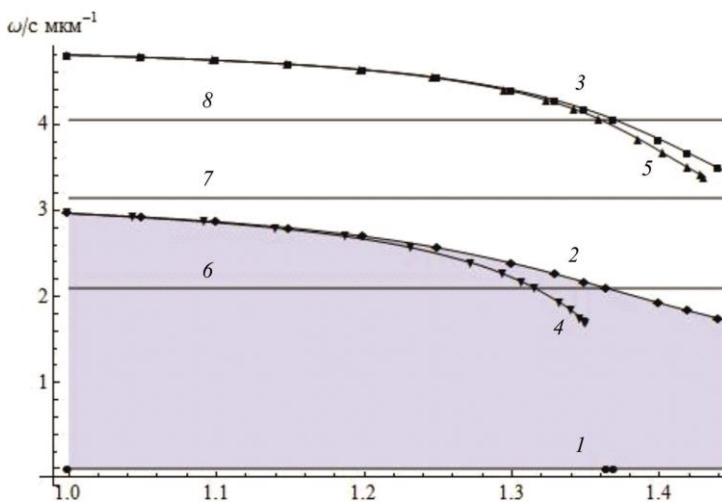


Рис. 3. Частоты отсечки основной (1), первой нечетной (2) и второй четной (3) мод W-световода с параметрами  $n_1 = 1,456$ ,  $n_3 = 1,453$ ,  $a = 9,93$  мкм,  $b = 10$  мкм, а также нижние границы переходных зон (кривые 4 и 5) в зависимости от коэффициента преломления промежуточного слоя  $n_2$  ( $1 \leq n_2 \leq n_3$ )

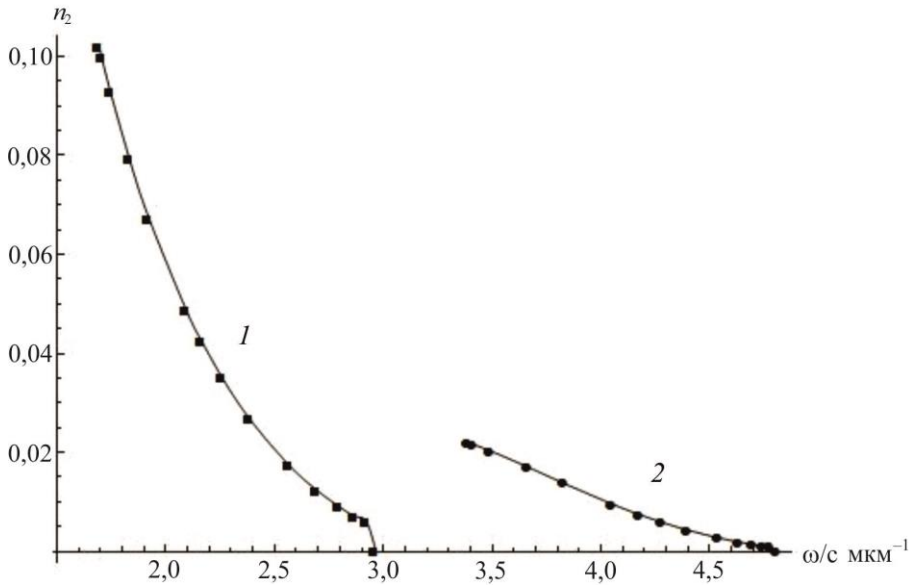


Рис. 4. Зависимость ширины переходной зоны из одномодового режима в двухмодовый (1), из двухмодового в трехмодовый (2) от частоты излучения для W-световода с параметрами  $n_1 = 1,456$ ,  $n_3 = 1,453$ ,  $a = 9,93$  мкм,  $b = 10$  мкм

W-световод с такими параметрами имеет нулевую отсечку основной моды на всем интервале ( $1 \leq n_2 \leq n_3$ ) [4]. На длине волны  $\lambda = 1,55$  мкм ширина переходной зоны составляет  $\Delta n_2 \approx 0,0095$ , а на длине волны  $\lambda = 3$  мкм –  $\Delta n_2 \approx 0,0487$ . На длине волны  $\lambda = 2$  мкм он остается двухмодовым во всем интервале  $1 \leq n_2 \leq n_3$ .

На рис. 4 наглядно показано, что ширина переходных зон  $\Delta n_2 = n_{2\text{отсечки}} - n_{2k}$  существенно зависит от частоты излучения и может существенно возрастать с увеличением длины волны.

Рассмотрим W-световод с фиксированными значениями параметров ( $n_1 = 1,456$ ,  $n_3 = 1,453$ ,  $a = 9,5$  мкм,  $b = 10$  мкм) [5].

На рис. 5 представлены (рассчитанные по формулам (9)) зависимости частоты отсечки основной моды (нижняя граница затемненной зоны), частоты отсечки первой нечетной моды (верхняя граница затемненной зоны) и частоты отсечки второй четной моды (верхняя кривая), а также полученные из решений системы уравнений (10) зависимости нижних границ переходных зон (кривые 4, 5 и 6) от коэффициента преломления промежуточного слоя  $n_2$  ( $1 \leq n_2 \leq n_3$ ).



Параллельные оси абсцисс (прямые 7, 8, 9) соответствуют длинам волн, соответственно, ( $\lambda = 3, 2, 1,55$  мкм). На длине волны  $\lambda = 1,55$  мкм ширина переходной зоны составляет  $\Delta n_2 \approx 0,00142$  (рис. 6), на длине волны  $\lambda = 2$  мкм –  $\Delta n_2 \approx 0,00023$  (рис. 7), а на длине волны  $\lambda = 3$  мкм –  $\Delta n_2 \approx 0,00675$  (см. рис. 7). Ширина зоны перехода из режима вытекающих мод в одномодовый режим резко возрастает для длинных волн излучения (рис. 8).

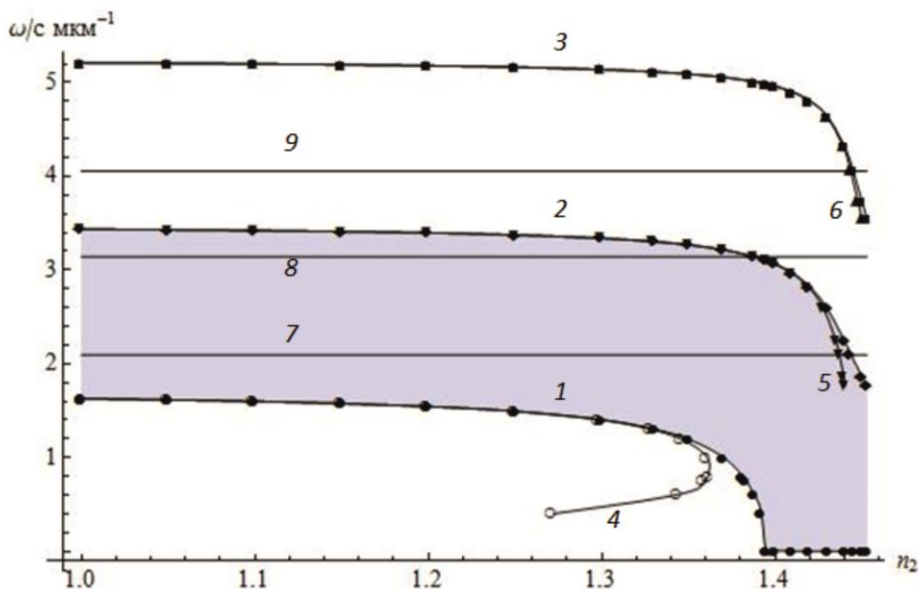


Рис. 5. Частоты отсечки основной (1), первой нечетной (2) и второй четной (3) мод W-световода с параметрами  $n_1 = 1,456$ ,  $n_3 = 1,453$ ,  $a = 9,5$  мкм,  $b = 10$  мкм, а также нижние границы переходных зон (кривые 4, 5 и 6) в зависимости от коэффициента преломления промежуточного слоя  $n_2$  ( $1 \leq n_2 \leq n_3$ )

Ширина переходной зоны от двухмодового режима к трехмодовому для первых десяти точек по оси абсцисс  $n_2$  (см. рис. 5) изменяется от  $\sim 2 \cdot 10^{-8}$  до  $\sim 1 \cdot 10^{-5}$ , от одномодового режима к двухмодовому – от  $\sim 1 \cdot 10^{-6}$  до  $\sim 1 \cdot 10^{-4}$ , от режима вытекающих мод к одномодовому режиму – от  $\sim 1 \cdot 10^{-4}$  до  $\sim 1 \cdot 10^{-2}$ , поэтому эти точки практически совпадают с осями абсцисс на рис. 6, 7, 8.

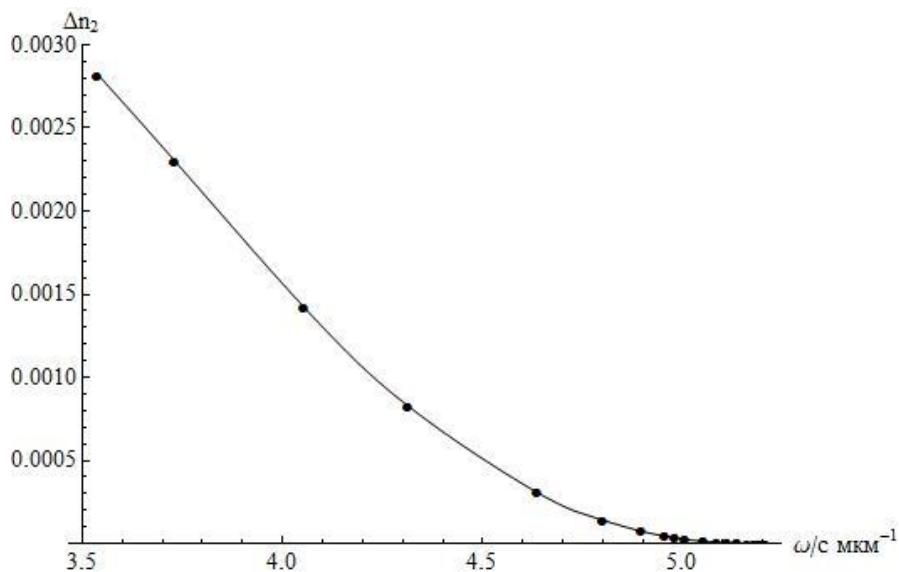


Рис. 6. Зависимость ширины переходной зоны из двухмодового режима в трехмодовый от частоты излучения для W-световода с параметрами:  $n_1 = 1,456$ ,  $n_3 = 1,453$ ,  $a = 9,5$  мкм,  $b = 10$  мкм

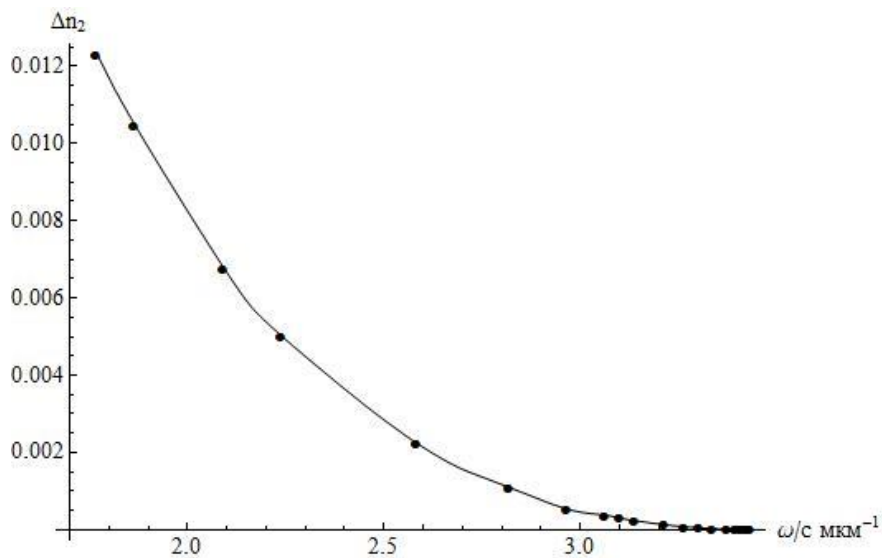


Рис. 7. Зависимость ширины переходной зоны из одномодового режима в двухмодовый от частоты излучения для W-световода с параметрами:  $n_1 = 1,456$ ,  $n_3 = 1,453$ ,  $a = 9,5$  мкм,  $b = 10$  мкм

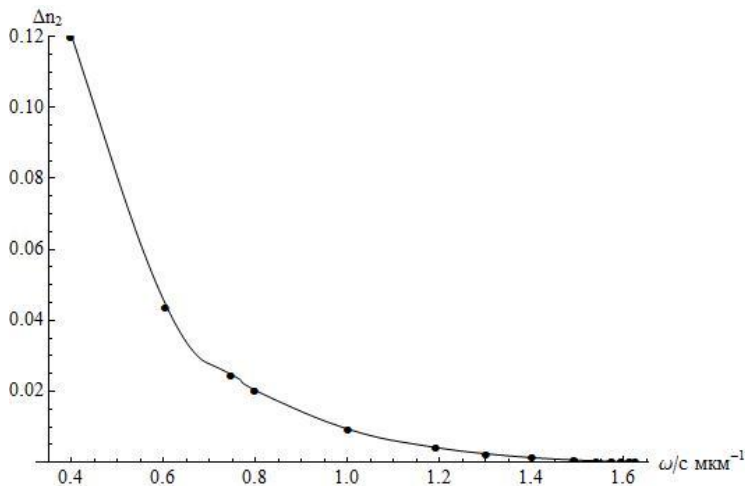


Рис. 8. Зависимость ширины переходной зоны из режима вытекающих мод в одномодовый от частоты излучения для W-световода с параметрами:  
 $n_1 = 1,456$ ,  $n_3 = 1,453$ ,  $a = 9,5$  мкм,  $b = 10$  мкм

Представленный выше подход к определению и описанию переходных зон в W-световодах состоял в следующем: для заданной конфигурации W-световода с переменным значением коэффициента преломления промежуточного слоя  $n_2$  мы вычисляли интервал коэффициента преломления промежуточного слоя  $\Delta n_2$  с границами, определяемыми соотношениями (9а, 9б) и решением системы уравнений (10) на данной частоте излучения. Совокупность таких интервалов (функция  $\Delta n_2(\omega/c)$ ) и определяет зону перехода. Очевидно, что эту же зону можно определить и вычислить как совокупность интервалов частот при  $(1 \leq n_2 \leq n_3)$ , т.е. как функцию  $\Delta\omega(n_2)/c$ . Все зависит от удобства рассмотрения в той или иной ситуации, поскольку перейти из одного режима в другой (например, из одномодового в двухмодовый) можно, изменяя  $n_2$  на данной частоте  $\omega$ , так и изменяя частоту  $\omega$  при данном значении  $n_2$  (см. рис. 3, 5, 9).

### Заключение

Введено определение и представлены результаты численного расчета переходных зон в планарных W-световодах.

Показано, что для обеспечения устойчивого режима распространения направляемых мод в заданном диапазоне длин волн необхо-

димо подбирать параметры W-световода так, чтобы W-световод не попадал в переходную зону и, по возможности, располагался ближе к середине зоны выбранного режима работы.

Имея возможность контролировать зоны неустойчивости, можно использовать их при разработке различного рода оптических датчиков.

### Список литературы

1. Very high numerical aperture fibers / W.J. Wadsworth, R.M. Percival, G. Bouwmans, J.C. Knight, T.A. Birks, T.D. Hedley, P.St.J. Russell // *IEEE, Photonics Technology Letters*. – 2004. – Vol. 16. – № 3. – P. 843–845.

2. Отрохов С.Ю., Чаморовский Ю.К., Шатров А.Д. Вытекающие моды W-световодов с большой разностью в профиле показателя преломления // *Радиотехника и электроника*. – 2010. – Т. 55. – № 10. – С. 1185–1192.

3. Отрохов С.Ю., Чаморовский Ю.К., Шатров А.Д. Основные характеристики мод и контрастность профиля показателя преломления W-световода // *Радиотехника и электроника*. – 2012. – Т. 57. – № 8. – С. 910–917.

4. Отрохов С.Ю., Чаморовский Ю.К., Шатров А.Д. Характеристики мод планарных W-световодов с произвольной контрастностью профиля показателя преломления // *Оптический журнал*. – 2014. – Т. 81. – № 1. – С. 59–65.

5. Отрохов С.Ю. Моды и параметры планарных W-световодов // *Прикладная фотоника*. – 2021. – Т. 8. – № 3. – С. 15–29.

6. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Наука, 1987. – 598 с.

### References

1. Wadsworth W.J., Percival R.M., Bouwmans G., Knight J.C., Birks T.A., Hedley T.D., Russell P.St.J. Very high numerical aperture fibers. *IEEE, Photonics Technology Letters*, 2004, vol. 16, no. 3, pp. 843-845.

2. Otrokhov S.Iu., Chamorovskii Iu.K., Shatrov A.D. Vytakaiushchie mody W-svetovodov s bol'shoi raznost'iu v profile pokazatel'ia prelomleniia [Leaking Modes of Guiding W-Fibers with a Large Difference in the Refractive Index Profiles]. *Radiotekhnika i elektronika*, 2010, vol. 55, no. 10, pp. 1185-1192.

3. Otrokhov S.Iu., Chamorovskii Iu.K., Shatrov A.D. Osnovnye kharakteristiki mod i kontrastnost' profil'ia pokazatel'ia prelomleniia

W-svetovoda [Basic Mode Characteristics and the Contrast Range of the Refractive Index Profile of a W Light Guide]. *Radiotekhnika i elektronika*, 2012., vol. 57, no. 8, pp. 910-917.

4. Otrokhov S.Iu., Chamorovskii Iu.K., Shatrov A.D. Kharakteristiki mod planarnykh W-svetovodov s proizvol'noi kontrastnost'iu profilia pokazatel'ia prelomleniia [Characteristics of the modes of Planar W-light guides with Arbitrary Contrast of the Refractive-Index Profile]. *Opticheskii zhurnal*, 2014, vol. 81, no. 1, pp. 59-65.

5. Otrokhov S.Iu. Mody i parametry planarnykh W-svetovodov [Modes and Parameters of Planar W-fibers]. *Prikladnaia fotonika*, 2021, vol. 8, no. 3, pp. 15-29.

6. Bakhvalov N.S., Zhidkov N.P., Kobel'kov G.M. Chislennye metody [Numerical Methods]. Moscow. Nauka, 1987, 598 p.

#### **Сведения об авторе**

##### **ОТРОХОВ С.Ю.**

e-mail: [OSY@ms.ire.rssi.ru](mailto:OSY@ms.ire.rssi.ru)

Старший научный сотрудник, кандидат физико-математических наук, Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова Российской академии наук, Москва, Россия

#### **About the author**

##### **OTROKHOV S.Yu.**

e-mail: [OSY@ms.ire.rssi.ru](mailto:OSY@ms.ire.rssi.ru)

Senior Researcher, Ph.D. in Physical and Mathematical Sciences, Fryazino Branch of the Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation

**Финансирование:** работа выполнена в рамках Госзадания ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН № 075-01110-23-01.

**Конфликт интересов:** автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

**Вклад автора:** 100 %.

**Получена:** 02.03.2023

**Одобрена:** 06.03.2023

**Принята к публикации:** 08.03.2023

**Conflict of Interest:** The authors declare no conflict of interest.

**Author Contributions:** All authors have made an equivalent contribution to the publication.

**Received:** 02/03/2023

**Approved:** 06/03/2023

**Accepted for publication:** 08/03/2023

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом: Отрохов, С.Ю. Границы переходных зон в планарных W-световодах / С.Ю. Отрохов // Прикладная фотоника. – 2023. – Т. 10, № 2. – С. 88–100.

Please cite this article in English as: Otrokhov S.Yu. Boundaries of Transition Zones in Planar W-fibers // Applied photonics, 2023, no. 2, pp. 88-100.