

УДК 532.51:532.522

В.П. Первадчук, Д.Б. Владимирова, А.Л. ДеревянкинаПермский национальный исследовательский
политехнический университет, Пермь, Россия**ВЛИЯНИЕ УСЛОВИЙ НАГРЕВА В ЗАДАЧЕ
ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ВЫТЯЖКИ ПОЛЫХ КВАРЦЕВЫХ
ВОЛОКОН**

Исследована устойчивость неизотермического процесса вытяжки полого кварцевого волокна, для описания которого построена математическая модель, представляющая собой систему нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных. Анализ стабильности проводился путем оценивания собственных чисел дифференциального оператора задачи. Показано, что имеется существенная зависимость стабильности процесса вытяжки кварцевых трубчатых волокон от температурных и геометрических характеристик печи. Более того, определены оптимальные параметры нагревательного элемента, такие как температура и ширина ядра, при которых значительно увеличивается устойчивость рассматриваемого процесса.

Ключевые слова: вытяжка оптических волокон, устойчивость, кратность вытяжки, полое волокно.

V.P. Pervadchuk, D.B. Vladimirova, A.L. Dereviankina

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

**EFFECT OF HEATING CONDITIONS IN THE PROBLEM
OF THE STABILITY OF DRAWING HOLLOW SILICA FIBERS**

The stability of an isothermal extraction process of the hollow silica fiber is studied in frames of the mathematical model, which is a system non-linear differential equations in partial derivatives. The stability analysis was conducted by evaluating the eigenvalues of a differential operator of the problem. It was found that there is a significant relationship between stability of quartz tube drawing process and the thermal and geometrical characteristics of the furnace. Moreover, determining the optimal parameters of the heating element, such as the temperature and width of the core significantly increases stability of the process.

Keywords: drawing of optical fibers, stability, draw radio, hollow fiber.

Одним из важнейших этапов производства оптических световодов является вытяжка волокна из заготовки. Интенсификация производства приводит к увеличению скоростей вытяжки, а значит, и к повышению вероятности возникновения неустойчивости данного процесса. Поэтому проблема оценки влияния различных возмущений на процесс вытяжки становится весьма актуальной.

Ранее было проанализировано изготовление сплошного волокна, а также изотермический процесс вытяжки полого цилиндра [1, 2]. В данной статье на гидродинамическую устойчивость исследуется не-изотермическая вытяжка полого волокна. Этот анализ имеет важное практическое значение, так как именно полая кварцевая трубка используется при изготовлении фотонно-кристаллических световодов, которые играют огромную роль в современном мире.

Математическая модель такого процесса описывается следующей безразмерной системой уравнений в частных производных (первое уравнение – уравнение движения, второе и третье – уравнения неразрывности, последнее – уравнение энергии) [3–6]:

$$\left\{ \begin{aligned}
 & \left(R_2^2 - R_1^2 \right) \left(\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} \right) = \\
 & = \frac{3}{\text{Re}} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(\left(R_2^2 - R_1^2 \right) \mu \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \\
 & + \frac{\left(R_2^2 - R_1^2 \right)}{\text{Fr}} + \frac{1}{\text{We}} \cdot \frac{\partial \left(R_1 + R_2 \right)}{\partial x}, \\
 & \frac{\partial R_1^2}{\partial t} + \frac{\partial \left(V R_1^2 \right)}{\partial x} = \frac{\text{La} R_1^2 R_2^2 - \frac{1}{\text{Ma}} R_1 R_2 \left(R_1 + R_2 \right)}{\mu \left(R_2^2 - R_1^2 \right)}, \\
 & \frac{\partial R_2^2}{\partial t} + \frac{\partial \left(V R_2^2 \right)}{\partial x} = \frac{\text{La} R_1^2 R_2^2 - \frac{1}{\text{Ma}} R_1 R_2 \left(R_1 + R_2 \right)}{\mu \left(R_2^2 - R_1^2 \right)}, \\
 & \left(R_2^2 - R_1^2 \right) \left(\frac{\partial T}{\partial t} + V \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \frac{1}{\text{Pe}} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \left(R_2^2 - R_1^2 \right) \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \\
 & - 2 R_1 \sqrt{1 + R_1'^2} \cdot \text{St}_1 \cdot \left(T - T_n \right) - 2 R_2 \sqrt{1 + R_2'^2} \cdot \text{St}_2 \cdot \left(T - 1 \right) - \\
 & - 2 \chi_1 R_2 \sqrt{1 + R_2'^2} \cdot \text{St}_2 \cdot \left(T^4 - T_B^4 \right) + \\
 & + 4 \chi_2 R_2 \cdot R_p \cdot \left(R_p - R_2 \right) \times \\
 & \times \int_0^1 \frac{\left(\beta \varepsilon_p T_p^4 - \varepsilon T^4 \left(\eta \right) \right) \left(\left(R_p - R_2 \right) + k \left| R' \right| \left(x - \eta \right) \right)}{\left(\left(\eta - x \right)^2 + \left(R_p - R_2 \right)^2 \right)^2} d\eta.
 \end{aligned} \right. \quad (1)$$

Здесь $Re = \frac{\rho v_0 L}{\mu}$ – число Рейнольдса, $Fr = \frac{v_0^2}{Lg}$ – число Фруда,
 $We = \frac{\rho L v_0^2}{\gamma}$ – число Вебера, $Pe = \frac{\rho C_p v_0 L}{\lambda_T}$ – число Пекле, χ_1, χ_2 – без-
 размерные комплексы, $St_1 = \frac{\alpha_1}{\rho C_p v_0}$, $St_2 = \frac{\alpha_2}{\rho C_p v_0}$ – критерий Стэнтона
 (в нашей задаче: $Re \approx 3 \cdot 10^{-6}$, $Fr \approx 5 \cdot 10^{-5}$, $We \approx 0,1467$, $Pe = 634,92$,
 $St_1 = 0$, $St_2 = 9 \cdot 10^{-4}$). А $T_p(t, x)$, $R_p(t, x)$ – температура и радиус нагре-
 вательного элемента (печи). $T(x, t)$, $R_1(x, t)$, $R_2(x, t)$, $V(x, t)$ – безразмер-
 ные температура, внутренний и внешний радиусы и продольная ско-
 рость соответственно, где x – продольная координата, t – время [1, 6].

Отметим, что температура вдоль поверхности печи изменяется, причем в центральной части печи есть зона (ядро) шириной H , в которой температура постоянна и намного выше, чем на краях. С учетом сказанного распределение температуры задавалось следующим образом:

$$T_p(x, t) = \begin{cases} T_{p1}, x \in \left[0; \frac{(1-h) \cdot L}{2} \right], \\ T_{p2}, x \in \left[\frac{(1-h) \cdot L}{2}; \frac{(1+h) \cdot L}{2} \right], \\ T_{p1}, x \in \left[\frac{(1+h) \cdot L}{2}; L \right], \end{cases} \quad (2)$$

где h – относительная ширина ядра нагревательного элемента, $h = \frac{H}{L}$.

Стоит отметить, что распределение температуры влияет на геометрию волокна. Проследим, как зависит устойчивость от данного параметра, и найдем оптимальную конструкцию печи с точки зрения стабильности рассматриваемого процесса.

В данной работе решалась задача нахождения той части длины всей печи h с повышенной температурой T_{p2} , при которой исследуемый процесс наиболее устойчив. При этом считалось, что T_{p1} есть также температура подаваемой заготовки.

В работе анализ устойчивости данной системы проводился следующим образом: определяющие параметры, к которым относятся радиусы, температура и скорость кварцевого волокна, разделялись на основные и возмущающие:

$$\begin{aligned} V(t, x) &= \bar{V}(x) [1 + \tilde{V}(t, x)], \\ T(t, x) &= \bar{T}(x) [1 + \tilde{T}(t, x)], \\ R_1(t, x) &= \bar{R}_1(x) [1 + \tilde{R}_1(t, x)], \\ R_2(t, x) &= \bar{R}_2(x) [1 + \tilde{R}_2(t, x)]. \end{aligned}$$

В роли основных параметров выступают стационарные решения системы. В результате линеаризации была получена система линейных нестационарных уравнений в частных производных (3), описывающая эволюцию возмущающих воздействий. Если эти возмущения со временем затухают, то исследуемое состояние (режим вытяжки) устойчиво, в противном случае – неустойчиво [5, 7].

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \tilde{V}}{\partial t} &= \frac{3}{\text{Re}} \cdot \frac{\partial^2 \tilde{V}}{\partial x^2} + \beta_1(x) \frac{\partial \tilde{V}}{\partial x} + \beta_2(x) \tilde{V} + \alpha_1(x) \frac{\partial \tilde{R}_2}{\partial x} + \alpha_2(x) \tilde{R}_2 + \\ &+ \theta_1(x) \frac{\partial \tilde{R}_1}{\partial x} + \theta_2(x) \tilde{R}_1 + \varphi_1(x) \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x} + \varphi_2(x) \tilde{T}, \\ \frac{\partial \tilde{R}_1}{\partial t} + \beta_3(x) \frac{\partial \tilde{V}}{\partial x} + \beta_4(x) \tilde{V} + \theta_3(x) \frac{\partial \tilde{R}_1}{\partial x} + \theta_4(x) \tilde{R}_1 + \alpha_3(x) \tilde{R}_2 &= 0, \\ \frac{\partial \tilde{R}_2}{\partial t} + \beta_3(x) \frac{\partial \tilde{V}}{\partial x} + \beta_5(x) \tilde{V} + \\ &+ \theta_3(x) \frac{\partial \tilde{R}_1}{\partial x} + \theta_5(x) \tilde{R}_1 + \alpha_4(x) \tilde{R}_2 = 0, \\ \frac{\partial \tilde{T}}{\partial t} &= \frac{\lambda}{\text{Pe}} \cdot \frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial x^2} + \varphi_3(x) \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x} + \varphi_4(x) \tilde{T} + \alpha_5(x) \frac{\partial \tilde{R}_2}{\partial x} + \\ &+ \alpha_6(x) \tilde{R}_2 + \theta_6(x) \frac{\partial \tilde{R}_1}{\partial x} + \theta_7(x) \tilde{R}_1 + \beta_6(x) \tilde{V}. \end{aligned} \right. \quad (3)$$

Соответствующие коэффициенты, которые зависят только от стационарного решения исходной системы:

$$\alpha_1(x) = \frac{6\mu \bar{V}' \bar{R}_2^2}{\bar{V} \text{Re} \bar{R}^2} + \frac{\bar{R}_2}{\text{We} \bar{V} \bar{R}^2},$$

$$\alpha_2(x) = \frac{-2 \bar{R}_2^2 \bar{V}}{\bar{R}^2} + \frac{6}{\bar{R}^2 \bar{V} \text{Re}} \cdot \frac{d}{dx} \left(\mu \bar{R}_2^2 \frac{d\bar{V}}{dx} \right) + \frac{2 \bar{R}_2^2}{\bar{V} \text{Fr} \bar{R}^2} + \frac{\bar{R}_2'}{\text{We} \bar{V} \bar{R}^2},$$

$$\beta_1(x) = \frac{3}{\text{Re} \bar{V} \bar{R}^2} \left((\mu \bar{R}^2 \bar{V}') + (\mu \bar{R}^2 \bar{V}') \right) - \bar{V},$$

$$\beta_2(x) = \frac{3}{\text{Re} \bar{V} \bar{R}^2} \frac{d}{dx} (\mu \bar{R}^2 \bar{V}') - 2 \bar{V}',$$

$$\theta_1(x) = \frac{-6 \bar{R}_1^2 \bar{V}' \mu}{\bar{R}^2 \bar{V} \text{Re}} + \frac{\bar{R}_1}{\text{We} \bar{V} \bar{R}^2},$$

$$\theta_2(x) = \frac{-6}{\bar{R}^2 \bar{V} \text{Re}} \cdot \frac{d}{dx} \left(\mu \bar{R}_1^2 \frac{d\bar{V}}{dx} \right) + \frac{2 \bar{V}' \bar{R}_1^2}{\bar{R}^2} - \frac{2 \bar{R}_1^2}{\bar{V} \text{Fr} \bar{R}^2} + \frac{\bar{R}_1'}{\text{We} \bar{V} \bar{R}^2},$$

$$\varphi_1(x) = -\frac{3a_2 \mu \bar{T} \bar{V}'}{\text{Re} \bar{V}},$$

$$\varphi_2(x) = -\frac{1}{\text{Re} \bar{R}^2 \bar{V}} \cdot \frac{d}{dx} \left(3\mu a_2 \bar{T} \bar{R}^2 \frac{d\bar{V}}{dx} \right),$$

$$\beta_3(x) = \frac{\bar{V}}{2},$$

$$\beta_4(x) = \frac{1}{2 \bar{R}_1^2} \frac{d}{dx} (\bar{R}_1^2 \bar{V}),$$

$$\theta_3(x) = \bar{V},$$

$$\theta_4(x) = \frac{1}{\bar{R}_1^2} \cdot \frac{d}{dx} (\bar{R}_1^2 \bar{V}) - \frac{1}{2 \bar{R}_1} \left[\frac{2\text{La} \bar{R}_1 \bar{R}_2^2 - \frac{2}{\text{Ma}} \bar{R}_1 \bar{R}_2 - \frac{1}{\text{Ma}} \bar{R}_2^2}{\mu \bar{R}^2} - \frac{2 \bar{R}_1 \left(\text{La} \bar{R}_1^2 \bar{R}_2^2 - \frac{1}{\text{Ma}} \bar{R}_1 \bar{R}_2 (\bar{R}_1 + \bar{R}_2) \right)}{\mu (\bar{R}_1^2 - \bar{R}_2^2)^2} \right],$$

$$\alpha_3(x) = -\frac{\bar{R}_2}{2\bar{R}_1^2} \left(\frac{2\text{La}\bar{R}_1^2\bar{R}_2 - \frac{2}{\text{Ma}}\bar{R}_1\bar{R}_2 - \frac{1}{\text{Ma}}\bar{R}_1^2}{\mu\bar{R}^2} \right) +$$

$$+ \frac{\bar{R}_2}{2\bar{R}_1^2} \left(\frac{2\bar{R}_2 \left(\text{La}\bar{R}_1^2\bar{R}_2^2 - \frac{1}{\text{Ma}}\bar{R}_1\bar{R}_2(\bar{R}_1 + \bar{R}_2) \right)}{\mu(\bar{R}_1^2 - \bar{R}_2^2)^2} \right),$$

$$\beta_5(x) = \frac{1}{2\bar{R}_2^2} \frac{d}{dx} (\bar{R}_2^2 \bar{V}),$$

$$\alpha_4(x) = \frac{1}{\bar{R}_2^2} \cdot \frac{d}{dx} (\bar{R}_2^2 \bar{V}) -$$

$$- \frac{1}{2\bar{R}_2} \left(\frac{2\text{La}\bar{R}_1^2\bar{R}_2 - \frac{2}{\text{Ma}}\bar{R}_1\bar{R}_2 - \frac{1}{\text{Ma}}\bar{R}_1^2}{\mu\bar{R}^2} - \right.$$

$$\left. - \frac{2\bar{R}_2 \left(\text{La}\bar{R}_1^2\bar{R}_2^2 - \frac{1}{\text{Ma}}\bar{R}_1\bar{R}_2(\bar{R}_1 + \bar{R}_2) \right)}{\mu(\bar{R}_1^2 - \bar{R}_2^2)^2} \right),$$

$$\theta_5(x) = -\frac{\bar{R}_1}{2\bar{R}_2^2} \left(\frac{2\text{La}\bar{R}_1\bar{R}_2^2 - \frac{2}{\text{Ma}}\bar{R}_1\bar{R}_2 - \frac{1}{\text{Ma}}\bar{R}_2^2}{\mu\bar{R}^2} \right) -$$

$$- \frac{\bar{R}_1}{2\bar{R}_2^2} \left(\frac{2\bar{R}_1 \left(\text{La}\bar{R}_1^2\bar{R}_2^2 - \frac{1}{\text{Ma}}\bar{R}_1\bar{R}_2(\bar{R}_1 + \bar{R}_2) \right)}{\mu(\bar{R}_1^2 - \bar{R}_2^2)^2} \right),$$

$$\varphi_3(x) = \frac{(\lambda \bar{R}^2 \bar{T})' + \lambda \bar{R}^2 \bar{T}'}{\bar{R}^2 \bar{T} \text{Pe}} - \bar{V},$$

$$\begin{aligned}
 \Phi_4(x) = & \frac{1}{\bar{R}^2 \bar{T}} \cdot \left(\frac{1}{\text{Pe}} \frac{d}{dx} \left(\lambda \bar{R}^2 \frac{d\bar{T}}{dx} \right) - 2\bar{R}_1 \bar{T} \sqrt{1 + \bar{R}_1^2} \text{St}_1 - \right. \\
 & - 2\bar{R}_1 \bar{T} \sqrt{1 + \bar{R}_1^2} \text{St}_1 - 2\bar{R}_2 \bar{T} \sqrt{1 + \bar{R}_2^2} \text{St}_2 - \\
 & \left. - 8\bar{R}_2 \bar{T}^4 \sqrt{1 + \bar{R}_2^2} \chi_1 - \bar{V} \bar{R}^2 \frac{d\bar{T}}{dx} - \right. \\
 & \left. - 16\chi R_p \varepsilon (R_p - \bar{R}_2) \bar{T}^4 \cdot \int_0^1 \frac{R_p - \bar{R}_2 + k\bar{R}'_2(x-\eta)}{\left[(\eta-x)^2 + (R_p - \bar{R}_2)^2 \right]^2} d\eta \right), \\
 \beta_6(x) = & -\frac{\bar{V}\bar{T}'}{\bar{T}}, \\
 \alpha_5(x) = & \frac{1}{\bar{R}^2 \bar{T}} \cdot \left(\frac{2}{\text{Pe}} \frac{d}{dx} \left(\lambda \bar{R}_2^2 \frac{d\bar{T}}{dx} \right) - 2\bar{R}'_2 \bar{R}_2^2 \text{St}_2 (\bar{T} - 1) - \right. \\
 & - 2\bar{R}'_2 \bar{R}_2^2 (\bar{T}^4 - \bar{T}_B^4) \chi_1 + 4\chi_2 R_p \bar{R}_2^2 (R_p - \bar{R}_2) k \times \\
 & \left. \times \int_0^1 \frac{(\beta \varepsilon_p T_p^4 - \varepsilon \bar{T}^4)(x-\eta)}{\left[(\eta-x)^2 + (R_p - \bar{R})^2 \right]^2} d\eta \right), \\
 \alpha_6(x) = & \frac{1}{\bar{R}^2 \bar{T}} \cdot \left(\frac{2}{\text{Pe}} \frac{d}{dx} \left(\lambda \bar{R}_2^2 \frac{d\bar{T}}{dx} \right) - 2\bar{R}_2 \bar{T} \left(1 + \frac{3}{2} \bar{R}_2^2 \right) \text{St}_2 (\bar{T} - 1) - \right. \\
 & - 2\bar{R}_2 (\bar{T}^4 - \bar{T}_B^4) \left(1 + \frac{3}{2} \bar{R}_2^2 \right) \chi_1 - 2\bar{V} \bar{R}_2^2 \frac{d\bar{T}}{dx} + 4\chi_2 R_p \bar{R}_2 \times \\
 & \times \int_0^1 (\beta \varepsilon_p T_p^4 - \varepsilon \bar{T}^4) \frac{(R_p - \bar{R}_2)(R_p - 3\bar{R}_2) + k\bar{R}'_2(x-\eta)(R_p - 2\bar{R}_2)}{\left[(\eta-x)^2 + (R_p - \bar{R}_2)^2 \right]^2} + \\
 & \left. + \frac{(4\bar{R}_2)(R_p - \bar{R}_2)(R_p - \bar{R}_2 + k\bar{R}'_2(x-\eta))}{\left[(\eta-x)^2 + (R_p - \bar{R}_2)^2 \right]^3} d\eta \right),
 \end{aligned}$$

$$\theta_7(x) = \frac{1}{\bar{R}^2 \bar{T}} \cdot \left[-\frac{2}{\text{Pe}} \frac{d}{dx} \left(\lambda \bar{R}_1^2 \frac{d\bar{T}}{dx} \right) - 2St_1 \bar{R}_1 (\bar{T} - \bar{T}_H) \left(1 + \frac{3}{2} \bar{R}_1^2 \right) + 2V \bar{R}_1^2 \frac{d\bar{T}}{dx} \right]$$

Здесь: $\bar{R}^2 = \bar{R}_1^2 - \bar{R}_2^2$.

Для решения полученной системы линейных дифференциальных уравнений в частных производных использовался метод разделения переменных. Выполняем замену следующего вида:

$$\begin{aligned} \tilde{R}_1(x, \tau) &= R_1(x) \cdot e^{-i\omega\tau}, \\ \tilde{R}_2(x, \tau) &= R_2(x) \cdot e^{-i\omega\tau}, \\ \tilde{T}(x, \tau) &= T(x) \cdot e^{-i\omega\tau}, \\ \tilde{V}(x, \tau) &= V(x) \cdot e^{-i\omega\tau}. \end{aligned}$$

В результате была получена система линейных обыкновенных дифференциальных уравнений, а после дискретизации конечно-разностным методом – система линейных алгебраических уравнений. Для этой системы по коэффициентам при соответствующих переменных составлялась матрица, для которой ω являются собственными значениями. Поскольку собственная частота является комплексным числом, $\omega = \omega_2 + i\omega_i$, где ω_i – коэффициент нарастания. Именно этот коэффициент позволяет судить о том, затухают или нарастают колебания. Если все $\omega_i < 0$, тогда можно говорить о том, что колебания затухают, а значит, исследуемое состояние (стационарное течение) устойчиво, в противном случае, при $\omega_i > 0$, – неустойчиво. В связи с этим во всех расчетах отслеживалось максимальное значение мнимой части $\omega_i^{(1)}$ [6, 7]. В пакете Maple 17 с помощью команды `eigenvals` ищем собственные значения полученной матрицы [8].

Теперь перейдем к получившимся результатам.

Для начала стоит отметить, что для расчетов было выбрано число разбиений, равное 250.

Зафиксировав

$$E = 10, u_0 = 0,01, R_p = 0,02, R_1(0) = 0,008, R_2(0) = 0,015,$$

$$T_{p1} = 1600, T_{p2} = 2100,$$

получили следующую зависимость коэффициента затухания первой моды $\omega_i^{(1)}$ от h :

h	$\omega_i^{(1)}$
0	-0,83673
0,3	-1,0703
0,5	-1,48961
0,7	-0,9867
0,85	-0,59296

Как видно, устойчивость, как в случае сплошного волокна, зависит от относительной ширины нагревательного элемента печи [2], и также существует оптимальная зона $h \in [0, 2; 0, 7]$.

Для полноты картины исследуем влияние температуры на краях печи (T_{p1}) – таблица, рисунок.

Зависимость $\omega_i^{(1)}$ от h при различных T_{p1}

h	T_{p1} (размерная)				
	900	1200	1500	1600	1900
0,15	-1,38994	-1,60079	-1,12806	-0,98838	-0,95486
0,3	-2,03461	-2,08602	-1,56662	-1,33890	-0,92562
0,5	-2,12279	-2,18679	-1,80055	-1,59875	-0,97319
0,7	-1,55948	-1,52093	-1,40996	-1,33559	
1	-0,57533	-0,56888	-0,56059	-0,93887	-0,5358

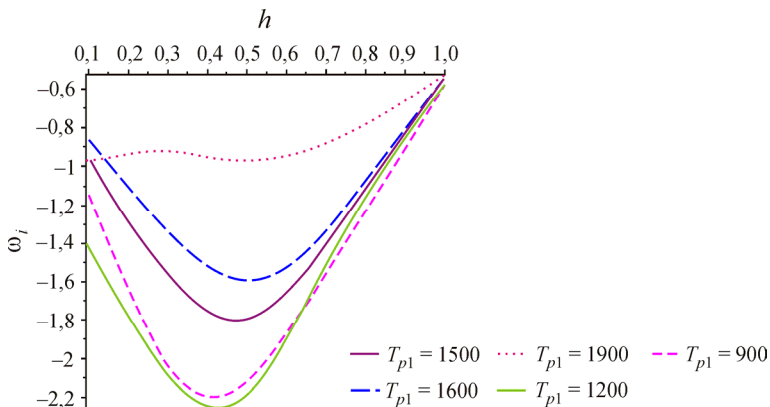


Рис. Зависимость $\omega_i^{(1)}$ от h при различных T_{p1}

Как видно из полученных данных, существуют оптимальные параметры нагревательного элемента, при которых значительно увеличивается устойчивость процесса вытяжки кварцевых волокон. Для исследованного случая: $T_{p1} = 4$, $T_{p2} = 7$ (в размерном виде соответствует 1200 °С и 2100 °С) и $h \in [0, 2; 0, 7]$.

В работе исследовано влияние температурных и геометрических характеристик нагревательного элемента (печи) на устойчивость процесса вытяжки полого волокна. Определены значения параметров, при которых рассматриваемый процесс наиболее устойчив. Таким образом, полученные выводы позволяют ввести в практику проектирования технологического процесса изготовления кварцевых труб дополнительные параметры управления стабильностью.

Список литературы

1. Владимирова Д.Б., Деревянкина А.Л., Женетль А.Р. Анализ влияния температуры нагревательного элемента на стабильность вытяжки кварцевых волокон // Наука и бизнес: пути развития. – 2014. – № 8(38). – С. 81–85.
2. Ярин А.Л. О возникновении автоколебаний при формировании волокна // Прикладная математика и механика. – 1983. – Т. 47, № 1.
3. Voyce C.J., Fitt A.D., Monro T.M. The mathematical modelling of rotating capillary tubes or holey-fibre manufacture // J. Eng. Math. – 2008. – № 60. – P. 69–87.
4. Mathematical Modeling of the Self-Pressurizing Mechanism for Microstructured Fiber Drawing / Ch.J. Voyce, A.D. Fitt, J.R. Hayes, T.M. Monro // Journal of Lightwave Technology. – 2009. – Vol. 27, no. 7, April 1.
5. Барбашин Е.А. Введение в теорию устойчивости. – М.: Наука, 1967. – 224 с.
6. Первадчук В.П., Владимирова Д.Б., Деревянкина А.Л. Исследование влияния технологических и геометрических параметров на стабильность изотермического процесса вытягивания кварцевых труб // Перспективы науки. – 2015. – № 10(73). – С. 110–115.
7. Васильев В.Н., Дульнев Г.Н., Наумчик В.Д. Нестационарные процессы при формировании оптического волокна. Устойчивость процесса вытяжки // Энергоперенос в конвективных потоках. – Минск, 1985. – С. 64–76.

8. Иванов Г.А., Первадчук В.П. Технология производства и свойства кварцевых оптических волокон: учеб. пособие. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2011. – 171 с.

References

1. Vladimirova D.B., Dereviankina A.L., Zhenetl' A.R. Analiz vlianiia temperatury nagrevatel'nogo elementa na stabil'nost' vytiashki kvartsevykh volokon [Analysis of the effect of the temperature of the heating element in the stability of the crystal fiber drawing]. *Nauka i biznes: puti razvitiia*, 2014, no. 8(38), pp. 81-85.

2. Iarin A.L. O vozniknovenii avtokolebanii pri formirovanii volokna [On the occurrence of self-oscillations in the formation of fiber]. *Prikladnaia matematika i mekhanika*, 1983, vol. 47, no. 1.

3. Voyce C.J., Fitt A.D., Monro T.M. The mathematical modelling of rotating capillary tubes or holey-fibre manufacture. *J. Eng. Math.*, 2008, no. 60, pp. 69-87.

4. Voyce C.J., Fitt A.D., Hayes J.R., Monro T.M. Mathematical Modeling of the Self-Pressurizing Mechanism for Microstructured Fiber Drawing. *Journal of Lightwave Technology*, 2009, vol. 27, no. 7, April 1.

5. Barbashin E.A. Vvedenie v teoriyu ustoychivosti [Introduction to Theory of stability]. Moscow: Nauka, 1967. 224 p.

6. Pervadchuk V.P., Vladimirova D.B., Dereviankina A.L. Issledovanie vlianiia tekhnologicheskikh i geometricheskikh parametrov na stabil'nost' izotermicheskogo protsessa vytiagivaniia kvartsevykh trub [Study the impact of technological and geometrical parameters on the stability of isothermal process of drawing crystal tubes]. *Perspektivy nauki*, 2015, no. 10 (73), pp. 110-115.

7. Vasil'ev V.N., Dul'nev G.N., Naumchik V.D. Nestatsionarnye protsessy pri formirovanii opticheskogo volokna. Ustoychivost' protsessa vytiashki [Non-stationary processes in the formation of the optical fiber. Stability of drawing process]. *Energoperenos v konvektivnykh potokakh*. Minsk, 1985, pp. 64-76.

8. Ivanov G.A., Pervadchuk V.P. Tekhnologiya proizvodstva i svoystva kvartsevykh opticheskikh volokon [The production technology and properties of crystal optical fibers]. Permskii natsional'nyi issledovatel'skii politekhnicheskii universitet, 2011. 171 p.