

УДК 621.383

Д.С. Земцов^{1,2}, Р.С. Стариков²¹Сколковский институт науки и технологий, Москва, Российская Федерация²Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»,
Москва, Российская Федерация

МОДЕЛИРОВАНИЕ АПЕРИОДИЧЕСКОЙ ДИСКРЕТИЗАЦИИ ДЛЯ УВЕЛИЧЕНИЯ ПОЛОСЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛА СЕМПЛИРУЮЩЕГО АНАЛОГОВОГО ОПТИЧЕСКОГО ТРАКТА

В работе рассматриваются методы аperiodической оптической импульсной дискретизации сигнала в фотонных аналого-цифровых системах. Описывается численное моделирование аperiodической выборки и метод восстановления спектрально разреженного сигнала по аperiodически выбранным отсчетам. Описанный метод основывается на минимизации l_1 нормы спектрального представления восстановленного сигнала. В результате численного моделирования показано, что с использованием аperiodической выборки можно восстановить спектрально разреженный сигнал в полосе 5 ГГц, пользуясь выборкой со средней скоростью 500 Мвыб/с. Также в работе показано, что с использованием оконных функций можно повысить качество восстановления сигнала по псевдослучайным отсчетам.

Ключевые слова: микроволновая фотоника, радиофотоника, compressive sampling, аperiodическая выборка, аналого-цифровое преобразование, аналоговый оптический тракт, оптическая обработка сигналов, фотонный АЦП.

D.S. Zemtsov^{1,2}, R.S. Starikov²¹Skolkovo Institute of Science and Technology, Moscow, Russian Federation²National Research Nuclear University MEPhI, Moscow, Russian Federation

MODELING APERIODIC SAMPLING TO INCREASE THE SIGNAL PROCESSING BANDWIDTH OF THE SAMPLING ANALOG OPTICAL PATH

The paper discusses methods of aperiodic optical pulsed signal sampling in photonic analog-digital systems. We describe numerical modeling of aperiodic sampling and a method for reconstructing a spectrally sparse signal from aperiodically selected samples. The described method is based on minimizing the l_1 norm of the spectral representation of the reconstructed signal. Numerical simulations show that using aperiodic sampling, it is possible to reconstruct a spectrally sparse signal in the 5 GHz band using a sampling rate of 500 MS/s. The work also shows that using window functions it is possible to improve the quality of signal reconstruction from pseudo-random samples.

Keywords: microwave photonics, radio photonics, compressive sampling, aperiodic sampling, analog-to-digital conversion, analog optical path, optical signal processing, photonic ADC.

Введение

Аналого-цифровые системы с оптической дискретизацией привлекают большое внимание исследователей благодаря сочетанию широкой рабочей полосы фотонных устройств и потенциально высоким значениям эффективной разрядности [1, 2]. Перспективность оптической дискретизации по сравнению с электронной обусловлена значительно более низкими значениями временного джиттера высокостабильных импульсных лазерных источников. На основе дискретных оптоволоконных компонентов к настоящему времени рядом групп было изготовлено несколько систем оптической выборки, обладающих выдающимися характеристиками. В частности, в работе [3] было продемонстрировано эффективное число бит (ЭЧБ) 8,0 в полосе 1 ГГц на несущей 39,49 ГГц. В этой системе использовался оптический источник с частотой следования импульсов 10 ГГц, определяющий, во-первых, ширину полосы обработки до 5 ГГц и, во-вторых, необходимость электронного квантования на частоте 10 ГГц. Использование оптической несущей позволяет при помощи демультимплексирования организовать мультиспектральную последовательность оптической выборки и кратно увеличить частоту оптической дискретизации при сохранении скоростных требований к электронной обработке сигнала на выходе системы. Такой подход, например, использован в отечественной радиотехнической системе аналого-цифрового преобразования [4]. При использовании лазера, обеспечивающего в режиме синхронизации мод частоту следования импульсов 1,25 ГГц, скорость оптической выборки составила 10 Гвыб/с благодаря дисперсионному растяжению оптического сигнала перед модулятором и мультиплексированию промодулированного сигнала на выходе в 8 пар параллельно работающих каналов балансного фотодетектирования. Важно уточнить, что требуемая скорость электронного квантования в такой системе определяется частотой следования лазерных импульсов и составляет 1,25 Гвыб/с в каждом выходном канале. Мгновенная полоса обработки в [3] оказалась ограничена скоростными параметрами выходной электроники. Это ограничение удалось обойти в [4], однако мультиспектральная оптическая выборка потребовала тщательного выравнивания временных задержек в оптических каналах устройства, что в итоге стало ограничивающим фактором для продемонстрированного ЭЧБ. Вышеизложенное

определяет необходимость поиска подходов к увеличению полосы обработки сигнала при сохранении требований к электронной пост-обработке, в частности, поиск эффективного алгоритма выравнивания мультиспектальной оптической выборки [5] и поиск эффективного алгоритма аналого-цифрового преобразования на основе апериодической выборки. Второму подходу посвящена эта работа.

Апериодическая дискретизация

Уменьшить требования к скорости выборки при сохранении полосы обработки сигнала можно при использовании апериодической дискретизации. Пусть равномерно дискретно заданный n временными отсчетами сигнал $f[n]$. Здесь и далее символы в квадратных скобках означают размерность вектора или матрицы. Тогда преобразование Фурье этого сигнала может быть выражено разложением сигнала в базис, элемент которого записывается согласно формуле (1), где f_b – элемент частотной сетки, а t_a – это моменты времени, в которых определен сигнал. Максимальное значение a в таком случае – n . Частотная сетка преобразования Фурье связана с временной сеткой дискретизации и максимальное значение b тоже n .

$$F_{a,b} = \exp(2\pi j t_a f_b). \quad (1)$$

Разложение сигнала $f[n]$ по базису (1) происходит при помощи решения системы линейных алгебраических уравнений $F[n,n]x[n]=f[n]$. Решение $x[n]$ системы единственное и представляет собой амплитуды в дискретном спектре сигнала $f[n]$.

Обозначим апериодически дискретизированный в m временных отсчетах сигнал как $g[m]$. Смысл апериодической выборки заключается в том, чтобы информация о сигнале была получена из меньшего количества отсчетов, чем этого требует дискретизация на частоте Котельникова–Найквиста, поэтому пусть $m < n$. Важно уточнить, что $g[m]$ и $f[n]$ – это результаты различных дискретизаций одного и того же сигнала. Базисный элемент $G_{a,b}$ для частотного разложения сигнала $g[m]$ совпадает с $F_{a,b}$, но индекс b принимает значения от 1 до m . Это означает, что система линейных алгебраических уравнений $G[m,n]y[n]=g[m]$ имеет строк меньше, чем столбцов, а значит, недоопределена и имеет бесконечно много решений $y[n]$.

Все решения из набора различных $y[n]$ могут соответствовать реальному сигналу, который в случае равномерной дискретизации выражается как $f[n]$. Алгоритма, способного всегда достоверно выбирать верное решение $y[n]$, не существует, однако в работе [6] было предложено пользоваться априорной информацией о сигнале с целью выбора правильного решения $y[n]$. Априорной информацией может быть разреженность изучаемого сигнала в частотном представлении, поскольку большинство сигналов в реальном мире представляют собой нечто, отличное от шума.

Решения задачи $G[m,n]y[n]=g[m]$ находятся на гиперплоскости в n -мерном пространстве коэффициентов частотного базиса F . Несмотря на то, что мерой разреженности вектора является норма l_0 , в связи с вычислительными сложностями на практике обычно используется норма l_1 . Точка на гиперплоскости, для которой сумма модулей координат (l_1 норма) оказывается минимальной, как правило, обладает максимальной разреженностью в частотном базисе [7]. Для примера, предположим, $n=2$, тогда пусть $m=1$. Система уравнений $G[1,2]y[2]=g[1]$ в таком случае сводится к одному уравнению прямой в двумерном пространстве. Минимуму l_1 нормы в таком случае соответствует точка, которая находится на пересечении прямой и одной из координатных осей и расположена ближе к центру, чем другая точка пересечения.

Моделирование аperiodической дискретизации

Численное моделирование процесса псевдослучайной дискретизации было выполнено с использованием языка программирования Python и библиотек Scipy, Numpy и CVXPY. Первые две библиотеки использовались для генерации массивов, соответствующих исходным сигналам, создания частотного базиса и дискретного преобразования Фурье. Библиотека CVXPY использовалась для быстрой выпуклой оптимизации решения недоопределенной системы псевдослучайной выборки в терминах нормы l_1 . В работе использовался алгоритм выпуклой оптимизации ECOS [8]. В моделировании сигнал $f[n]$ представлял собой вектор, состоящий из четырех тысяч элементов. Временной интервал между соседними отсчетами соответствовал 100 пс, имитируя равномерную дискретизацию со скоростью 10 ГВб/с. Сигнал состоял из пяти гармонических компонент, обладающих

амплитудами 1 В, случайно заданными частотами в полосе от нуля до пяти гигагерц и фазами от нуля до 2π . Также к сигналу добавлен аддитивный шум, заданный в виде нормального распределения напряжения в диапазоне от $-0,1$ до $+0,1$ мВ. Псевдослучайно дискретизированный сигнал $g[m]$ задавался при помощи прореживания отсчетов из набора $f[n]$ по следующему правилу. Временной интервал между случайно отобранными отсчетами не может быть менее 1 наносекунды и не может быть более 3 наносекунд. Таким образом, сигнал $g[m]$ включает в себя всего $m=200$ отсчетов, что соответствует в среднем 0,5 Гвыб/с. Правило выбора отсчета $g[m]$ на практике является необходимым, поскольку определяет минимальный временной интервал между отсчетами, а значит, определяет скорость электронного квантования фотонной аналого-цифровой системы. Задачу по восстановлению сигнала $f[n]$ по его псевдослучайной выборке $g[m]$ можно записать в виде:

$$\min y[n]_1 : G[m, n]y[n] = g[m]. \quad (2)$$

С точки зрения численного моделирования базис частотного преобразования $F[n, n]$ удобно задавать в виде (3), где $I[n, n]$ – единичная матрица размерности n , а \mathcal{F}^{-1} – оператор обратного преобразования Фурье, применяемый к столбцам аргумента. Множитель n нормирует частотный базис на единицу,

$$F = n\mathcal{F}^{-1}(I[n, n]). \quad (3)$$

Если оставить в $F[n, n]$ только строки с индексами аperiodической выборки m , получится матрица $G[m, n]$, которая используется в задаче (2).

Фрагменты исходного равномерно дискретизированного сигнала $f[n]$, псевдослучайно дискретизированного сигнала $g[m]$ и оптимального в терминах l_1 нормы решения $y[n]$ изображены на рис. 1 серым, зеленым и красным цветами соответственно. Спектры мощности исходного и восстановленного сигналов в логарифмическом масштабе изображены на рис. 2. Точки случайной выборки являются с высокой точностью одинаковыми для исходного сигнала и восстановленного по этим точкам сигнала, подтверждая, что восстановленный сигнал, действительно, соответствует условиям задачи (2). Тем не менее многие другие отсчеты сигналов $f[n]$ и $y[n]$ немного не совпадают.

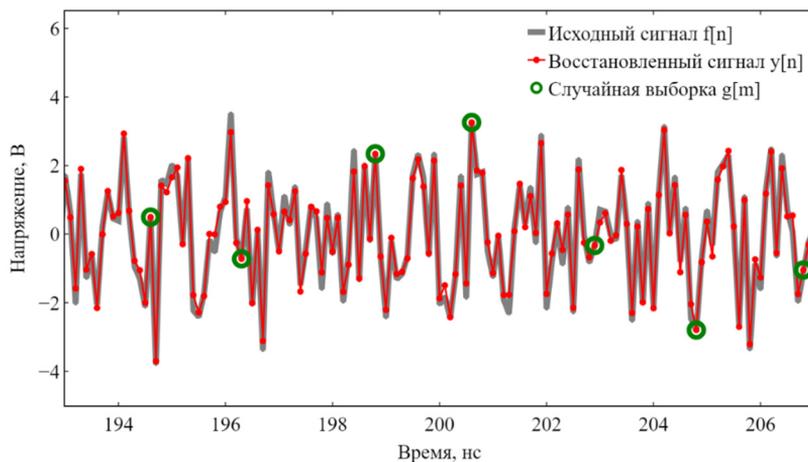


Рис. 1. Фрагменты исходного равномерно дискретизированного сигнала $f[n]$ (серый), оптимального в терминах нормы l_1 восстановленного сигнала $u[n]$ (красный) и псевдослучайно дискретизированного сигнала $g[m]$ (зеленый)

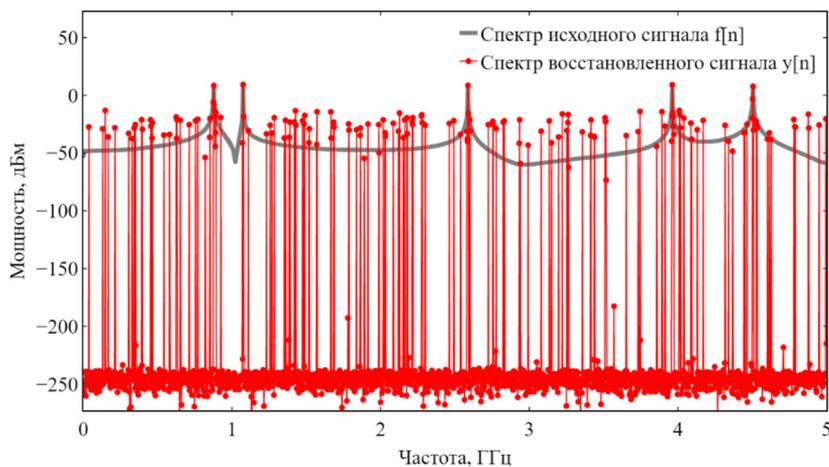


Рис. 2. Спектры мощности исходного равномерно дискретизированного сигнала $f[n]$ (серый) и псевдослучайно дискретизированного сигнала $g[m]$ (красный)

Это согласуется с значительным ухудшением SNR, наблюдаемым на спектрах этих сигналов. При SNR исходного сигнала в 40 дБ SNR восстановленного сигнала оказывается всего 20 дБ. Основная причина такого эффекта заключается в том, что исходный сигнал на самом деле не является идеально разреженным из-за случайных значений частот. Расплывание спектра, характерное для дискретного Фурье-преобразования сигналов, состоящих из конечного числа отсчетов в ограниченном

по длительности окне, приводит к тому, что гармоники, не попадающие в ортогональную частотную сетку, увеличивают количество ненулевых элементов и уменьшают разреженность.

Если входной сигнал действительно будет разреженным в F базисе, его восстановление пройдет значительно успешнее, чем продемонстрированное выше. Вместо гармоник, заданных случайным образом с точностью в 8 знаков после запятой, можно ограничить «случайность выбора» частот, например, сотнями МГц. Начальная фаза при этом влияет на восстановление сигнала слабо и поэтому остается случайным числом в диапазоне 2π . На рис. 3 и 4 продемонстрированы отображения исходного сигнала во временной и частотной областях соответственно. Шумы в этом численном эксперименте задаются так же, как и в случае, описанном выше. Правило случайной дискретизации и критерий остановки оптимизации в этом численном эксперименте такие же, как и в предыдущем.

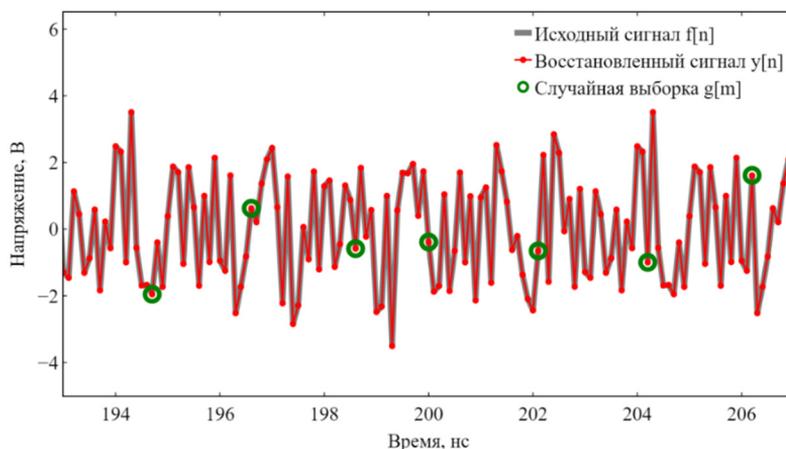


Рис. 3. Фрагменты исходного равномерно дискретизированного сигнала $f[n]$ с согласованными с F частотами (серый), оптимального в терминах l_1 нормы восстановленного сигнала $y[n]$ (красный) и псевдослучайно дискретизированного сигнала $g[m]$ (зеленый)

Восстановленный сигнал $y[n]$ в высокой степени совпадает с исходным сигналом $f[n]$. Для восстановленного сигнала ухудшение SNR в этом случае составило около 10 дБ. С целью определения влияния согласованности входного сигнала и частотной сетки на SNR восстановленного сигнала был проведен численный эксперимент, в котором исходный сигнал варьировался по частоте от 2,495 до 2,505 ГГц.

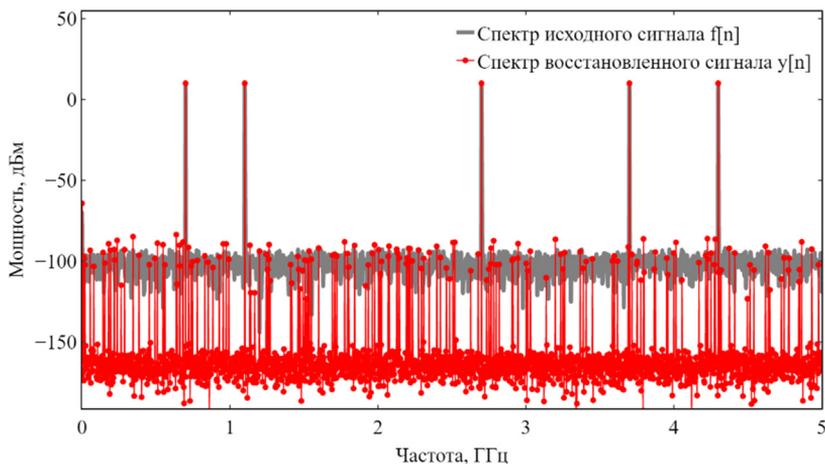


Рис. 4. Спектры мощности исходного равномерно дискретизированного сигнала $f[n]$ с согласованными с F частотами (серый) и псевдослучайно дискретизированного сигнала $g[m]$ (красный)

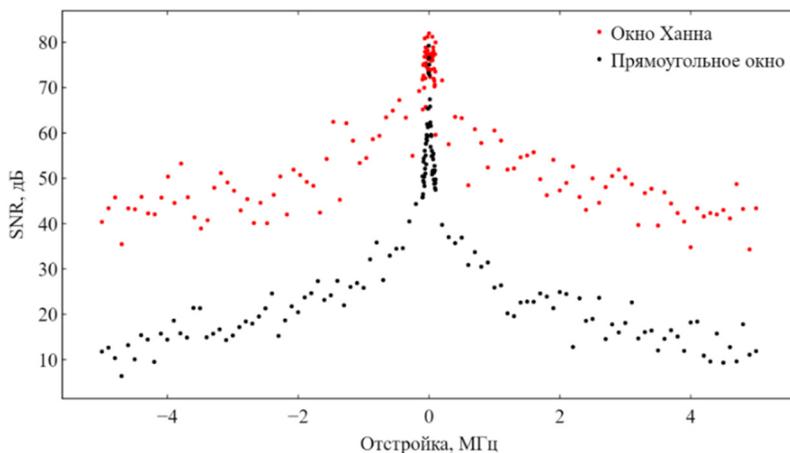


Рис. 5. Зависимость SNR от отстройки Δf исходного гармонического сигнала с частотой $2,5 \text{ ГГц} + \Delta f$ при расстоянии между соседними частотами Фурье базиса 10 МГц ; черный цвет соответствует прямоугольной оконной функции, а красный цвет – функции Ханна

Это как раз соответствует частотному диапазону между соседними элементами сетки, заданной частотным базисом F . В этом численном эксперименте длительность сигнала была 100 нс , а в псевдослучайной дискретизации было всего $m=50$ отсчетов из $n=1000$ отсчетов исходного сигнала. При равномерной дискретизации с конечной длительностью измерений связан эффект расплывания спектра, который

минимизируют различными оконными функциями. Логично предположить, что популярные оконные функции для преобразования Фурье решают проблему снижения SNR разреженного решения задачи аperiodической дискретизации. Рассмотрим в качестве примера исходные сигналы вида $R[n] \circ f[n]$ и $H[n] \circ f[n]$, где $R[n]$ – вектор прямоугольного окна, все компоненты которого равны 1, а $H[n]$ – вектор оконной функции Ханна. Символ \circ в данном случае обозначает поэлементное перемножение векторов. Результаты численного эксперимента изображены на рис. 5.

Обсуждение результатов

Аperiodическая дискретизация и дальнейшее восстановление сигнала с минимальным значением l_1 позволяют осуществлять низкоскоростную выборку при сохранении полосы обработки. Впрочем, эффективное использование метода требует выполнения, как минимум, двух условий:

1. Псевдослучайные моменты времени, в которые происходит дискретизация, должны быть известны.
2. Анализируемые сигналы должны быть спектрально разреженными в частотном базисе F .

Первое условие накладывает серьезное ограничение на фотонную аналого-цифровую систему. К сожалению, метод оптимизации l_1 -нормы не позволяет работать с неизвестными или плохо определенными моментами времени. Тем не менее, по видимому, если заранее известную оптическую импульсную последовательность случайным образом отфильтровать, минимальный временной интервал между исходными отсчетами будет известен, и это поможет при определении моментов выборки счетчиком с точностью лучше, чем исходный период равномерной дискретизации. Именно случайной фильтрацией в основном реализуется экспериментальная аperiodическая дискретизация [9]. Второе условие является, по мнению авторов, главной причиной того, что аperiodическую дискретизацию нельзя использовать повсеместно в задачах аналого-цифрового преобразования. Действительно, на практике большинство обрабатываемых сигналов являются спектрально разреженными, но это не означает, что такие сигналы окажутся спектрально разреженными в частотном базисе, определенном используемыми псевдослучайными отсчетами. В отли-

чие от расплывания Фурье-спектра сигналов с конечной длительностью измерений снижение SNR, восстановленного по аperiodической дискретизации разреженного сигнала, выглядит как большое количество случайным образом расположенных в спектре помех (см. рис. 2). Фактором, ограничивающим применение аperiodической дискретизации, в данном случае является не уменьшение SNR, а отсутствие конкретики, что именно произошло с сигналом, действительно ли он имеет разнообразный частотный состав или единичная гармоника на входе не попала в частотную сетку. Частично с этими проблемами можно бороться, масштабируя матрицу G при помощи увеличения длительности измерений, но такой подход приведет к значительному увеличению размерности задачи (2), а значит, количества вычислений, необходимых для ее решения. Достаточно эффективными оказались оконные функции, используемые для дискретного преобразования Фурье, например, функция Ханна. В то время как SNR восстановленного сигнала с прямоугольным оконным представлением составлял от 10 до 80 дБ, функция Ханна позволила восстанавливать сигнал с SNR не менее 35 дБ, сохранив максимальные значения около 80 дБ. Тем не менее оконное преобразование анализируемого сигнала сохраняет неоднозначность SNR в зависимости от частотного состава входного сигнала, хотя и демонстрирует увеличение SNR для случаев, когда исходный сигнал рассогласован с частотной сеткой.

Заключение

В работе проведено численное моделирование аperiodической дискретизации. Показано, что с использованием минимизации l_1 -нормы возможно восстановление сигнала в полосе 5 ГГц по 5 % его отсчетов при средней скорости выборки 500 МВЫб/с. Рассмотрены два частных случая анализируемых сигналов с различными частотами. Проведен численный эксперимент, демонстрирующий изменение SNR восстановленного сигнала в зависимости от рассогласования частотного базиса и спектральных компонент входного сигнала. Показано, что использование оконных функций может способствовать повышению качества восстановления сигнала по аperiodически дискретизированным отсчетам.

Список литературы

1. Valley G.C. Photonic analog-to-digital converters // Optics express. – 2007. – Vol. 15, no. 5. – P. 1955–1982.
2. Стариков Р.С. Фотонные АЦП // Успехи современной радиоэлектроники. – 2015. – Т. 2015. – С. 3–39.
3. Highly linear broadband photonic-assisted Q-band ADC / D.J. Esman [et al.] // Journal of Lightwave Technology. – 2015. – Vol. 33, no. 11. – С. 2256–2262.
4. Фотонный аналогово-цифровой преобразователь с электронным квантованием и оптической выборкой на скорости до 10 Гвыб/с / М.С. Дадашев [и др.] // Радитехника и электроника. – 2023. – Т. 68, № 2. – С. 188–194.
5. Формирование мультиспектральной последовательности выборки в аналоговом оптическом тракте: возможность автоматизации с помощью цифровой обратной связи / Д.С. Земцов [и др.] // Измерительная техника. – 2023. – № 6. – С. 34–39.
6. Donoho D.L. Compressed sensing // IEEE Transactions on Information Theory. – 2006. – Vol. 52, no. 4. – P. 1289–1306.
7. Граничин О.Н., Павленко Д.В. Рандомизация получения данных и ℓ_1 -оптимизация (опознание со сжатием) // Автоматика и телемеханика. – 2010. – № 11. – С. 3–28.
8. A lightweight conic solver for second-order cone programming [Электронный ресурс]. – URL: <https://github.com/embotech/ecos> (дата обращения: 25.08.2023).
9. Photonic compressive sensing with a micro-ring-resonator-based microwave photonic filter / Y. Chen [et al.] // Optics Communications. – 2016. – Vol. 373. – P. 65–69.

References

1. Valley G.C. Photonic analog-to-digital converters. Optics Express, 2007, vol. 15, no. 5, pp. 1955-1982.
2. Starikov R.S. Fotonnye ATsP [Photonic ADC]. Achievements of Modern Radioelectronics, 2015, vol. 2015, pp. 3-39.
3. Esman D.J. et al. Highly linear broadband photonic-assisted Q-band ADC. Journal of Lightwave Technology, 2015, vol. 33, no. 11, pp. 2256-2262.

4. Dadashev M.S. et al. Fotonnyi analogovo-tsifrovoy preobrazovatel' s elektronnyim kvantovaniem i opticheskoy vyborkoi na skorosti do 10 Gvyb/s [Photonic analog-to-digital converter with electronic quantization and optical sampling at rates up to 10 GSa/s]. *Journal of Communications Technology and Electronics*, 2023, vol. 68, no. 2, pp. 188-194.

5. Zemtsov D.S. et al. Formirovanie mul'tispektral'noi posledovatel'nosti vyborki v analogovom opticheskom trakte: vozmozhnost' avtomatizatsii s pomoshch'iu tsifrovoy obratnoi svyazi [Multispectral sampling sequence formation in an analog optical link: the possibility of automatization using digital feedback]. *Izmeritel'naya tekhnika*, 2023, no. 6, pp. 34-39.

6. Donoho D.L. Compressed sensing. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, vol. 52, no. 4, pp. 1289-1306.

7. Granichin O.N., Pavlenko D.V. Randomizatsiia polucheniia dannykh i ℓ_1 -optimizatsiia (opoznanie so szhatiem) [Randomization of data acquisition and ℓ_1 -optimization (identification with compression)]. *Avtomatika i telemekhanika*, 2010, no. 11, pp. 3-28.

8. A lightweight conic solver for second-order cone programming, available at: <https://github.com/embotech/ecos> (accessed 25 August 2023).

9. Chen Y. et al. Photonic compressive sensing with a micro-ring-resonator-based microwave photonic filter. *Optics Communications*, 2016, vol. 373, pp. 65-69.

Сведения об авторах

ЗЕМЦОВ Д.С.

e-mail: D.Zemtsov@skoltech.ru

Младший научный сотрудник, Сколковский институт науки и технологий, лаборатория плазмоники, г. Москва, Россия

СТАРИКОВ Р.С.

e-mail: rstarikov@mail.ru

Профессор, доктор физико-математических наук, руководитель лаборатории оптической обработки информации, Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», кафедра лазерной физики, г. Москва, Россия

About the authors

D.S. ZEMTSOV

e-mail: D.Zemtsov@skoltech.ru

Junior research scientist, Plasmonics Laboratory, Skolkovo Institute of Science and Technology, Moscow, Russia

R.S. STARIKOV

e-mail: rstarikov@mail.ru

Full Professor, Head of the Optical Information Processing Laboratory, National Research Nuclear University MEPHI, Laser Physics Department, Moscow, Russia

Финансирование. Исследование не имело спонсорской поддержки.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов. Все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации.

Получена: 03.10.2023

Одобрена: 06.10.2023

Принята к публикации: 08.10.2023

Financing. The study was not sponsored.

Conflict of Interest. The authors declare no conflict of interest.

Author Contributions. All authors have made an equivalent contribution to the publication.

Received: 03/10/2023

Approved: 06/10/2023

Accepted for publication: 08/10/2023

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом: Земцов, Д.С. Моделирование аперiodической дискретизации для увеличения полосы обработки сигнала семплирующего аналогового оптического тракта / Д.С. Земцов, Р.С. Стариков // Прикладная фотоника. – 2023. – Т. 10, № 7. – С. 54–66.

Please cite this article in English as: Zemtsov D.S., Starikov R.S. Modeling aperiodic sampling to increase the signal processing bandwidth of the sampling analog optical path // Applied photonics, 2023, no. 7, pp. 54-66.