

УДК 536.46

**Ф.Г. Агаев, Х.Г. Асадов, Г.В. Алиева**Национальное аэрокосмическое агентство,  
Баку, Азербайджанская Республика**РАЗРАБОТКА ЛИНЕАРИЗИРОВАННОЙ МОДЕЛИ  
ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ТЕРМАЛЬНЫХ  
ОБЪЕКТОВ НА БАЗЕ РАДИАЦИОННЫХ ДАННЫХ**

Разработана кусочно-линеаризованная модель для определения температуры термальных объектов с использованием их радиационных характеристик в ИК-диапазоне. Задача вычисления температуры термального объекта сформулирована в виде оптимизационной задачи вариационного типа, в которой ставится задача нахождения такой зависимости рассматриваемого интервала длин волн  $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$  от центральной длины волны  $\lambda_c = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2}$ , при которой значение целевого функционала, эквивалентного вычисляемой температуре, достигает минимума при наложении определенного ограничительного условия на функцию  $\Delta\lambda = \Psi(\lambda_c)$ . Показано, что минимум целевого функционала возможен при обеспечении обратной зависимости  $\Delta\lambda$  от  $\lambda_c$ , т.е. с ростом  $\lambda_c$ ,  $\Delta\lambda$  должен уменьшаться, что, в свою очередь, приводит к уменьшению погрешности линеаризации.

**Ключевые слова:** термальные объекты, инфракрасное излучение, оптимизация, температура объекта, кусочно-линеаризованная модель.

**F.G. Agaev, Kh.G. Asadov, G.V. Alieva**

National Aerospace Agency, Baku, The Republic of Azerbaijan

**DEVELOPMENT OF A LINEARIZED MODEL  
FOR DETERMINING THE TEMPERATURE OF THERMAL  
OBJECTS ON THE BASIS OF RADIATION DATA**

A piecewise linearized model has been developed for determining the temperature of thermal objects using their radiation characteristics in the IR range. The task of calculating the temperature of a thermal object is formulated as an optimization problem of a variational type, in which the task is to find such a dependence of the considered wavelength interval  $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$  on the central wavelength  $\lambda_c = (\lambda_2 - \lambda_1)/2$ , at which the value of the objective functional, equivalent to the calculated temperature reaches a minimum when a certain restrictive condition is imposed on the function  $\Delta\lambda = \psi(\lambda_c)$ . It is shown that the minimum of the objective functional is possible if the inverse dependence of  $\Delta\lambda$  on  $\lambda_c$  is ensured, i.e. with increasing  $\lambda_c$ ,  $\Delta\lambda$  should decrease, which in turn leads to a decrease in the linearization error.

**Keywords:** thermal objects, infrared radiation, optimization, object temperature, piecewise linearized model.

## Введение

Инфракрасные воспроизводящие системы широко используются в различных областях науки и техники. Важнейшей задачей при построении таких систем является определение температуры поверхности объекта для дальнейшего моделирования излучения объекта на других спектральных диапазонах [1]. Потенциальные возможности термальных воспроизводящих систем характеризуются такими показателями, как минимально обнаруживаемая разность температуры (MRTD), а также минимально детектируемая разность температуры (MDTD) [2]. Применение инфракрасных систем поиска и слежения в основном в настоящее время направлено против «стелз»-технологий, воплощенных в различных типах летательных аппаратов [3]. Как отмечается в [4–6], основными источниками инфракрасного излучения в боевых самолетах являются аэродинамический нагрев и отраженное излучение Земли. При этом обнаруживаемость летательных средств инфракрасными детекторами главным образом зависит от значения инфракрасной сигнатуры таких объектов [7]. В настоящее время известны различные модели инфракрасной сигнатуры [8–12], однако все они базируются на предварительном определении поверхностной температуры объекта.

Хорошо известно, что если объект имеет температуру  $T$  и спектральную излучательную способность (эмиссивность)  $\varepsilon$ , то радиационный поток с объекта в спектральном диапазоне длин волн  $(\lambda_1 - \lambda_2)$  определится на основе закона Планка [13]:

$$L(T) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{\varepsilon(\lambda) \cdot c_1}{\lambda^5 [\exp(c_2/\lambda T) - 1]} d\lambda, \quad (1)$$

где  $c_1 = 1,191 \cdot 10^4$  [Вт·мкм<sup>4</sup>/см<sup>2</sup>стр];  $c_2 = 1,428 \cdot 10^4$  [мкм·К] являются радиационными постоянными Планка. При этом  $\varepsilon(\lambda) < 1$  – для серого объекта;  $\varepsilon(\lambda) = 1$  – для черного объекта.

Общий вид кривых Планка приведен на рис. 1.

Используя свойство определенного интеграла, представленного в виде произведения интервала интегрирования и некоторого значения интегрируемой функции, напомним [13]:

$$L(T) = \frac{\varepsilon \cdot c_1 \Delta\lambda}{\lambda_c^5 [\exp(c_2 / \lambda_c \cdot T) - 1]}, \quad (2)$$

где  $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ ;  $\lambda_{cp}$  – условно средняя точка в интервале  $\Delta\lambda$ . Также считаем объект серым, т.е.  $\varepsilon = \text{const}$ .

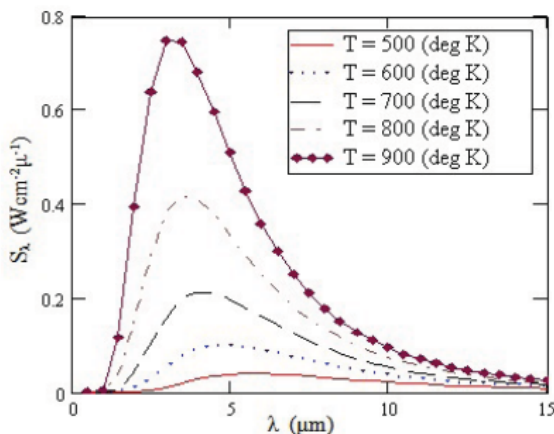


Рис. 1. Кривые Планка для различных объектов, имеющих температуру в пределах 500–900 К

Если допустить, что радиация, определяемая как (2), исходит из одного пикселя инфракрасного изображения объекта, то эта формула позволяет нам получить расчетную формулу для вычисления температуры указанного пикселя [13]:

$$T(L) = \frac{c_2}{\lambda_{cp}} \ln \left( \frac{\varepsilon \cdot c_1 \Delta\lambda}{L \lambda_{cp}^5} \right)^{-1}. \quad (3)$$

Таким образом, реальный термальный объект моделируется идеализированным объектом, радиация которого на интервале  $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$  определяется показателями  $\lambda_{cp}$ ,  $\varepsilon$ ,  $T$  (рис. 2).

Как видно из графиков (см. рис. 2), реальная кривая  $L(T)$  на интервале  $\lambda_2 - \lambda_1$  всегда отлична от прямой линии, и по этой причине реальная величина  $\lambda_{cp}$ , при которой удовлетворяется равенство

$$L(T_1, \lambda_c)(\lambda_2 - \lambda_1) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} L(T, \lambda) d\lambda,$$

отличается от реальной средней точки на оси абсцисс:  $\lambda_c = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2}$ .

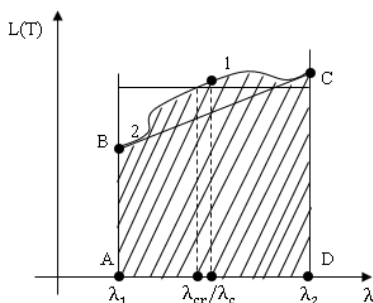


Рис. 2. Применение теоремы о среднем определенном интеграла к вычислению  $T$ ; 1 – реальная кривая, 2 – линейная аппроксимация

Следовательно, для совмещения точек  $\lambda_{ср}$  и  $\lambda_c$  достаточно аппроксимировать кривую  $BC$  прямой линией. Таким образом, далее мы будем рассматривать кусочно-линейно аппроксимированные термальные объекты, в которых в заданных интервалах  $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$  функция  $L(T)$  является линейной функцией. На основе принятого допущения можно рассмотреть задачу вычисления температуры объекта через новую независимую переменную, которой оказывается  $\lambda_c$ , допустив при этом некоторую погрешность.

### Материалы и методы

Таким образом, с учетом (3) в некотором интервале ( $\lambda_{с\min} - \lambda_{с\max}$ ) температуру термального объекта можем вычислить по формуле:

$$T(L) = \int_{\lambda_{с\min}}^{\lambda_{с\max}} \frac{c_2}{\lambda_c} \cdot \ln \left[ \frac{\varepsilon \cdot c_1 \Delta\lambda}{L\lambda_c^5} + 1 \right]^{-1} d\lambda. \quad (4)$$

В формуле (4) кроме новой независимой переменной  $\lambda_c$  оказывается и вторая побочная переменная  $\Delta\lambda$ , связь которой с  $\lambda_c$  оказывается неопределенной. Очевидно, что  $\Delta\lambda$  в принципе и будет определять ту методическую погрешность, которая, возможно, появится из-за линеаризации  $L(T)$  на интервале  $\Delta\lambda$ . С учетом вышеизложенного можно принять следующие решения:

1. Считать  $\Delta\lambda$  постоянной величиной, и на этой основе определить методическую погрешность вычисления  $T(L)$ , появляющуюся из-за указанной линеаризации.

2. Исследовать экстремальные свойства интеграла (4), превратив его в функционал путем введения на рассмотрение функции связи:

$$\Delta\lambda = \Psi(\lambda_c).$$

Определение пределов изменения  $T(L)$  из-за вариаций функции  $\Psi(\lambda_c)$  позволит оценить ту методическую погрешность, которая потенциально возможна.

Прежде всего следует несколько ограничить пространство дважды дифференцируемых непрерывных функций, в котором возможен выбор вида функции  $\Psi(\lambda_c)$ . С этой целью потребуем выполнения следующего условия:

$$\int_{\lambda_{c,\min}}^{\lambda_{c,\max}} \Psi(\lambda_c) d\lambda_c = C; \quad C = \text{const}. \quad (5)$$

Далее, с учетом (5), выражение (4) запишем в виде следующего целевого функционала:

$$T(L) = \int_{\lambda_{c,\min}}^{\lambda_{c,\max}} \frac{c_2}{\lambda_c} \cdot \ln \left[ \frac{\varepsilon \cdot c_1 \Delta\lambda(\lambda_c)}{L\lambda_c^5} + 1 \right]^{-1} d\lambda_c. \quad (6)$$

С учетом (5) и (6) составим задачу безусловной вариационной оптимизации:

$$T(L) = \int_{\lambda_{c,\min}}^{\lambda_{c,\max}} \frac{c_2}{\lambda_c} \cdot \ln \left[ \frac{\varepsilon \cdot c_1 \Delta\lambda(\lambda_c)}{L\lambda_c^5} + 1 \right]^{-1} d\lambda_c + \gamma \left[ \int_{\lambda_{c,\min}}^{\lambda_{c,\max}} \Delta\lambda(\lambda_c) d\lambda_c - C \right]. \quad (7)$$

Функционал (7) перепишем так:

$$T(L) = \int_{\lambda_{c,\min}}^{\lambda_{c,\max}} \frac{c_2}{\lambda_c} \cdot \ln \left[ \frac{L\lambda_c^5}{\varepsilon \cdot c_1 \Delta\lambda(\lambda_c) + L\lambda_c^5} \right] d\lambda_c + \gamma \left[ \int_{\lambda_{c,\min}}^{\lambda_{c,\max}} \Delta\lambda(\lambda_c) d\lambda_c - C \right]. \quad (8)$$

Согласно [14] решение задачи (8) должна удовлетворить условию:

$$\frac{d \left\{ \frac{c_2}{\lambda_c} \cdot \ln \left[ \frac{L\lambda_c^5}{\varepsilon \cdot c_1 \Delta\lambda(\lambda_c) + L\lambda_c^5} \right] + \gamma \Delta\lambda(\lambda_c) \right\}}{d\Delta\lambda(\lambda_c)} = 0 \quad (9)$$

Из условия (9) получаем:

$$-\frac{c_2}{\lambda_c} \cdot \frac{\varepsilon \cdot c_1}{\varepsilon \cdot c_1 \Delta\lambda(\lambda_c) + L\lambda_c^5} + \gamma = 0. \quad (10)$$

Из выражения (10) находим:

$$\varepsilon \cdot c_1 \Delta\lambda(\lambda_c) + L\lambda_c^5 = \frac{\varepsilon \cdot c_1 \cdot c_2}{\lambda_c \cdot \gamma}$$

или

$$\Delta\lambda(\lambda_c) = \frac{c_2}{\lambda_{c\gamma}} - \frac{L\lambda_c^5}{\varepsilon \cdot c_1}. \quad (11)$$

С учетом (5) и (11) вычислим  $\gamma$ , имеем:

$$\int_{\lambda_{c,\min}}^{\lambda_{c,\max}} \left[ \frac{c_2}{\lambda_c \gamma} - \frac{L\lambda_c^5}{\varepsilon \cdot c_1} \right] d\lambda_c = C, \quad (12)$$

$$\gamma = \frac{6\varepsilon c_1 c_2 \ln\left(\frac{\lambda_{c,\max}}{\lambda_{c,\min}}\right)}{6\varepsilon c_1 + L(\lambda_{c,\max}^6 - \lambda_{c,\min}^6)}. \quad (13)$$

Отметим, что при решении (11) целевой функционал (8) достигает минимума, так как производная (10) по  $\Delta\lambda(\lambda_c)$  оказывается всегда положительной величиной.

### Заключение

Таким образом, предложена кусочно-линеаризированная модель для вычисления температуры термальных объектов с использованием их радиационных характеристик в ИК-диапазоне. Показано, что задача вычисления температуры термального объекта может быть сформулирована в виде оптимизационной задачи вариационного типа, в которой ставится задача нахождения такой зависимости рассматриваемого интервала длин волн  $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$  от центральной длины волны  $\lambda_c = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2}$ , при которой значение целевого функционала, эквивалентного вычисляемой температуре, достигло бы минимума при наложении определенного ограничительного условия на функцию

$\Delta\lambda = \Psi(\lambda_c)$ . Решение задачи показало, что минимум целевого функционала возможен при обеспечении обратной зависимости  $\Delta\lambda$  от  $\lambda_c$ , т.е. с ростом  $\lambda_c$  должен уменьшаться,  $\Delta\lambda$  что, в свою очередь, приводит к уменьшению погрешности линеаризации.

### Список литературы

1. Bae T., Kim Y., Ahn S. IR-Band conversion of target and background using surface temperature estimation and error compensation for military IR sensor simulation // *Sensors*. – 2019. – P. 19.
2. Research on the united expression of MDTD for thermal imaging systems / K. Ai, L. Zhou, G. Zeng, Y. Liang, X. Li // *Proc. SPIE 5075. Targets and backgrounds IX: Characterization and representation*. – 5 september 2003. DOI: 10.1117/12.488063
3. C. Infrared search&track systems as an anti-stealth approach / G. Gaitanakis, A. Vlastaras, N. Vassos, G. Limnaios, K. Zikidis // *Journal of computations&modelling*. – 2009. – Vol. 9, № 1. – P. 33–53.
4. Andersson K. Modeling the impact of surface emissivity on the military utility of attack aircraft // *Aerospace science and technology*. – 2017. – Vol. 65. – P. 133–140.
5. Jianwei L., Qiang W. Aircraft-skin infrared radiation characteristics modeling and analysis // *Chin. J. Aeronaut.* – 2009. – Vol. 22(5). – P. 493–497. URL: [http://dx.doi.org/10.1016/S1000-9361\(08\)60131-4](http://dx.doi.org/10.1016/S1000-9361(08)60131-4).
6. Mahulikar S.P., Potnuru G., Arvind R. Study of sunshine, skyshine and earthshine for aircraft infrared detection // *J. opt. Pure Appl. Opt.* – 2009. – Vol. 11(4). – P. 045703. – URL: <http://dx.doi.org/10.1088/1464-4258/11/4/045703>.
7. Marcus C., Andersson K., Akerlind C. Balancing the radar and long wavelength infrared signature properties in concept analysis of combat aircraft – A proof of concept // *Aerospace science and technology*. – 2017. – Vol. 71. – P. 733–741.
8. Pan C., Zhang J., Shan Y. Modeling and analysis of helicopter thermal and infrared radiation // *Chinese journal of aeronautics*. – 2011. – Vol. 24, № 5. – P. 558–567.
9. Jianwei L., Qiang W. Aircraft-skin infrared radiation characteristics modeling and analysis // *Chinese journal of aeronautics*. – 2009. – Vol. 22, № 5. – P. 493–497.

10. Dulski R., Sosnowski T., Polakowski H. A method for modelling IR images of sky and clouds // *Infrared physics technology*. – 2011. – Vol. 45, № 2. – P. 53–60.

11. Wllers C.J., Wheeler M.S. The validation of models in an imaging infrared simulation // *Microwave and optoelectronics conference*. – 2007. – P. 250–254. (Brazil).

12. Ab-Rahman M.S., Hassan M.R. Analytical analysis of lock-on range of infrared heat seeker missile // *Australian journal of basic and applied sciences*. – 2009. – P. 3703–3713.

13. Bae T.W., Kim Y.C., Ahn S.H. IR composite image generation by wavelength band based on temperature synthesis estimated from IR target signature and background scene // *Journal of Sensors*. – 2019. DOI: 10.1155/2019/9423976

14. Эльсгольц Л.Е. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. – М.: Наука, 1974. – С. 472.

### References

1. Bae T., Kim Y., Ahn S. IR-Band conversion of target and background using surface temperature estimation and error compensation for military IR sensor simulation. *Sensors*, 2019, 19 p.

2. Ai K., Zhou L., Zeng G., Liang Y., Li X. Research on the united expression of MDTD for thermal imaging systems. *Proc. SPIE 5075. Targets and backgrounds IX: Characterization and representation. 5 September 2003*. DOI: 10.1117/12.488063

3. Gaitanakis G., Vlastaras A., Vassos N., Limnaios G., Zikidis K.C. Infrared search&track systems as an anti-stealth approach. *Journal of computations&modeling*, 2009, vol. 9, no. 1, pp. 33-53.

4. Andersson K. Modeling the impact of surface emissivity on the military utility of attack aircraft. *Aerospace science and technology*, 2017, vol. 65, pp. 133-140.

5. Jianwei L., Qiang W. Aircraft-skin infrared radiation characteristics modeling and analysis. *Chin. J. Aeronaut*, 2009, vol. 22 (5), pp. 493-497, available at: [http://dx.doi.org/10.1016/S1000-9361\(08\)60131-4](http://dx.doi.org/10.1016/S1000-9361(08)60131-4)

6. Mahulikar S.P., Potnuru G., Arvind R. Study of sunshine, skyshine and earthshine for aircraft infrared detection. *J. opt. Pure Appl. Opt.*, 2009, vol. 11 (4), 045703 p., available at: <http://dx.doi.org/10.1088/1464-4258/11/4/045703>



7. Marcus C., Andersson K., Akerlind C. Balancing the radar and long wavelength infrared signature properties in concept analysis of combat aircraft - a proof of concept. *Aerospace science and technology*, 2017, vol. 71, pp. 733-741.

8. Pan C., Zhang J., Shan Y. Modeling and analysis of helicopter thermal and infrared radiation. *Chinese journal of aeronautics*, 2011, vol. 24, no. 5, pp. 558-567.

9. Jianwei L., Qiang W. Aircraft-skin infrared radiation characteristics modeling and analysis. *Chinese journal of aeronautics*. 2009, vol. 22, no. 5, pp. 493-497.

10. Dulski R., Sosnowski T., Polakowski H. A method for modelling IR images of sky and clouds. *Infrared physics technology*, 2011, vol. 45, no. 2, pp. 53-60.

11. Willers C.J., Wheeler M.S. The validation of models in an imaging infrared simulation. *Microwave and optoelectronics conference*, 2007, pp. 250-254. (Brazil).

12. Ab-Rahman M.S., Hassan M.R. Analytical analysis of lock-on range of infrared heat seeker missile. *Australian journal of basic and applied sciences*, 2009, pp. 3703-3713.

13. Bae T.W., Kim Y.C., Ahn S.H. IR composite image generation by wavelength band based on temperature synthesis estimated from IR target signature and background scene. *Journal of Sensors*, 2019. DOI: 10.1155/2019/9423976

14. El'sgol'ts L.E. *Differentsial'nye uravneniia i variatsionnoe ischislenie* [Differential Equations and Calculus of Variation]. Moscow: Nauka, 1974, 472 p.

#### **Сведения об авторах**

**АГАЕВ Ф.Г. оглы**

e-mail: [director.tekti@mail.ru](mailto:director.tekti@mail.ru)

Доктор технических наук, профессор, директор Института космических исследований природных ресурсов Национального аэрокосмического агентства.

#### **About the authors**

**AGAEV F.G. ogly**

e-mail: [director.tekti@mail.ru](mailto:director.tekti@mail.ru)

Doctor of Technical Sciences, Professor, Director of the Natural Resources Space Research Institute of the National Aerospace Agency.

**АСАДОВ Х.Г. оглы**

e-mail: [asadzade@rambler.ru](mailto:asadzade@rambler.ru).

Доктор технических наук, профессор,  
нач. отд. НИИ Аэрокосмической инфор-  
матики, Национального аэрокосмиче-  
ского агентства.

**ASADOV Kh.G. ogly**

e-mail: [asadzade@rambler.ru](mailto:asadzade@rambler.ru).

Doctor of Technical Sciences, Professor,  
beginning dept. Research Institute of Aero-  
space Information mathematics, National  
Aerospace sky agency.

**Алиева Г.В. гызы**

e-mail: [gunelcelilova@mail.ru](mailto:gunelcelilova@mail.ru).

Кандидат технических наук, начальник  
отд. Института космических исследова-  
ний природных ресурсов Национального  
аэрокосмического агентства.

**Alieva G.V. gyzy**

e-mail: [gunelcelilova@mail.ru](mailto:gunelcelilova@mail.ru).

Candidate of Technical Sciences, Head  
dept. Institute of Space Research of natural  
resources of the National Aerospace  
Agency.

**Финансирование:** исследование не имело спонсорской поддержки.

**Конфликт интересов:** авторы заявляют об отсутствии конфликта ин-  
тересов.

**Вклад авторов:** все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку  
публикации.

**Получена:** 25.06.2023

**Одобрена:** 27.06.2023

**Принята к публикации:** 30.06.2023

**Conflict of Interest:** The authors declare no conflict of interest.

**Author Contributions:** All authors have made an equivalent contribution to  
the publication.

**Received:** 25/06/2023

**Approved:** 27/06/2023

**Accepted for publication:** 30/06/2023

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:  
Агаев, Ф.Г. Разработка линеаризованной модели для определения температуры термальных  
объектов на базе радиационных данных / Ф.Г. Агаев, Х.Г. Асадов, Г.В. Алиева // Прикладная  
фотоника. – 2023. – Т. 10, № 4. – С. 69–78.

Please cite this article in English as: F.G. Agaev, Kh.G. Asadov, G.V. Alieva Development of a  
linearized model for determining the temperature of thermal objects on the basis of radiation data //  
Applied photonics, 2023, no. 4, pp. 69-78.